
Zbl 084.19701

Erdős, Pál; Rado, R.

Partition relations connected with the chromatic number of graphs. (In English)

J. London Math. Soc. 34, 63-72 (1959).

G sei ein Graph, $\Phi(G)$ die Anzahl seiner Punkte, $X(G)$ seine chromatische Zahl, d.h. Mindestzahl an Farben, um seine Punkte zu färben, daß durch Kanten verbundene Punkte verschiedenfarbig sind. Nach einem Satz von *J. B. Kelly* und *L. M. Kelly* (Zbl 056.16902) gibt es zu jeder endlichen Zahl a dreiecksfreie endliche Graphen G mit $X(G) = a$. Dieser Satz wird erweitert für $a \geq \aleph_0$. Unter der Annahme, daß die verallgemeinerte Kontinuums-Hypothese $2^{\aleph_\nu} = \aleph_{\nu+1}$ gilt, gibt es sogar Graphen mit $X(G) = \Phi(G) = a$.
Im 2. Teil wird in Analogie zu Verteilungs-Relationen in einer früheren Arbeit (Zbl 071.05105) ein neuer Typ von Verteilungs-Relationen und eine Verallgemeinerung der Baireschen Kategorien eingeführt. $|M|$ sei die Mächtigkeit der Menge M. Ist Ω eine Menge von Mengen, so heißt die Menge M von 1. Ω-Kategorie, wenn $M \subset \sum_{X\in\Omega'} X$ und $\Omega' \subset \Omega$ mit $|\Omega'| < |\Omega|$, andernfalls von 2. Ω-Kategorie. Die unendliche Kardinalzahl a heißt "regulär", wenn sie nicht Summe von Kardinalzahlen $< a$ ist. $[M]^2$ bedeute die Menge aller Elementepaare von M. Es gilt folgender Satz: Ist Ω eine Menge von Mengen, $|\Omega|$ unendlich regulär, A eine Menge von 2. Ω- Kategorie, Λ die Menge aller Teilmengen von A, die von 2. Ω- Kategorie sind, und $K_0 + K_1$, irgendeine Verteilung der Menge $[A]^2$, so gibt es eine Teilmenge X von A, so daß entweder $[X]^2 \subset K_0$ und $|X| = \aleph_0$ oder $[X]^2 \subset K_1$ und $X \in \Lambda$. Daß die Regularität von $|\Omega|$ notwendig ist, wird an einem Beispiel gezeigt.

H.Künneth

Classification:
05D10 Ramsey theory
05C15 Chromatic theory of graphs and maps
04A20 Combinatorial set theory