

Andrés Zavrotsky y las Aplicaciones de la Matemática a las Ciencias Naturales

Daniel A. Morales*

En este número del Boletín de la Asociación Matemática Venezolana sobre la vida del Profesor Zavrotsky, quisiera referirme, en particular, a su interés por las aplicaciones de la matemática a las ciencias naturales. Mi relación con él fue muy pasajera, sin embargo en algunas conversaciones pude apreciar el interés de este hombre por la matemática y por el conocimiento científico en general.

Mi primer contacto con el Profesor Zavrotsky ocurrió hacia finales de los años 80 cuando el entonces estudiante de física de la Facultad, Jairo Mantilla, organizó una conferencia, que dictaría el Profesor Zavrotsky sobre la cuarta dimensión. Allí explicaba como un ser tridimensional como nosotros podría “visualizar” una cuarta dimensión espacial. Recuerdo que durante la charla mencionó el libro de H.S.M. Coxeter, “Regular Polytopes”. En esos años yo me estaba interesando en un nuevo método matemático para resolver aproximadamente problemas en mecánica cuántica, el así llamado “método $1/N$ ” y sobre las consecuencias de la dimensionalidad del espacio sobre las leyes de la física. De manera que grabé en mi memoria el autor y nombre del libro para leerlo alguna vez en el futuro. Al final de la charla, durante el período de las preguntas, le comenté sobre el nuevo método cuya idea fundamental era obtener los autovalores de la ecuación de Schrödinger, en potencias inversas de la dimensionalidad del espacio y donde el primer término en la serie de potencias corresponde a un sistema con dimensión infinita. El profesor Zavrotsky me comentó que esto no le parecía nuevo ya que Heisenberg había utilizado matrices de dimensión infinita al resolver problemas de mecánica cuántica...; naturalmente no estábamos hablando de lo mismo; él se refería a la dimensión del espacio de Hilbert y yo a la dimensión del espacio físico. La presentación del Profesor Zavrotsky me hizo recordar a la novela del siglo XIX “Planilandia: un romance de muchas dimensiones, por Un Cuadrado” de E. Abbott donde el autor trata de hacerle entender a un ser de $N - 1$ dimensiones la geometría en N dimensiones.

Recientemente hemos estudiado el libro de Coxeter en relación con un nuevo avance en química. En 1985 se pudo preparar una nueva forma del carbono conocida como “buckminsterfulereno” ó C_{60} . La molécula de C_{60} posee la forma

*Facultad de Ciencias, Univ. de los Andes. Mérida.

de un icosaedro truncado, uno de trece sólidos arquimedianos, compuesto de 60 vértices, 90 aristas y 32 caras de las cuales 12 son pentágonos y 20 son hexágonos. Esta estructura es una de toda una familia conocida en general como fulerenos. La matemática subyacente en el estudio de los fulerenos es la teoría de poliedros y la teoría de grafos. Recientemente, conjuntamente con el Profesor Oswaldo Araujo, hemos estudiado teóricamente estas estructuras y hasta nos hemos aventurado a proponer nuevas estructuras "politópicas" en cuatro dimensiones. Nuestro artículo (J. Mol. Struct., 1997), está dedicado a la memoria del Profesor Andrés Zavrotsky "por hacer posible la visualización de la cuarta dimensión".

Mi siguiente contacto con el Profesor Zavrotsky fue indirecta, a través de Jairo Mantilla. En esa época otro descubrimiento en cristalografía tenía a los científicos muy entusiasmados; era el descubrimiento de los "cuasicristales", estructuras cristalinas con un orden translacional no periódico. En vista del interés que percibí en el Profesor Zavrotsky por la matemática aplicada le envié, por intermedio de Jairo, una copia de un artículo de divulgación sobre los cuasicristales que había aparecido en *American Scientist* (74: 586-97, Nov.-Dic. 1986.) Cuando le pregunté a Jairo cual había sido la reacción del Profesor Zavrotsky me dijo que éste se había entusiasmado mucho e inmediatamente buscó unos escritos suyos exclamando muy agitadamente "eso es esto mismo, es esto mismo!". Cuando le pregunté a Jairo a que se refería, éste me expresó que el Profesor Zavrotsky había escrito, tiempo atrás, unas notas sobre funciones cuasiperiódicas¹, creo que para una clase. Le pedí que le solicitara copia al Profesor de esas notas. Lo que vi era un análisis de la teoría de las funciones cuasiperiódicas¹ con gráficos realizados por él mismo sobre papel milimetrado. Lamentablemente no mantuve ninguna discusión posterior con el Profesor Zavrotsky sobre este tema.

La última vez que hablé con el Profesor fue a instancias del Profesor Araujo, creo que un año o año y medio antes de su muerte. Me comentaba el profesor Araujo que el profesor Zavrotsky estaba interesado en un problema de mecánica cuántica, que no estaba seguro si estaba bien planteado y necesitaba conversar con alguien que conociera del tema. Me ofrecí para ayudarlo y junto con el profesor Araujo acordamos una tarde para conversar acerca del problema.

El problema del cual él tenía escrito una notas trataba de lo siguiente. En 1913 Niels Bohr trató de resolver el problema del espectro discreto del átomo de hidrógeno introduciendo un modelo mecánico que es una mezcla de mecánica clásica y una idea fundamental: el momento angular del electrón está cuantizado. Este modelo produce niveles de energía discretos para el átomo de hidrógeno. El modelo de Bohr poseía fallas fundamentales que fueron corregidas con el desarrollo de la mecánica cuántica por Heisenberg y por la mecánica

¹Una función es cuasiperiódica si puede expresarse como una suma de funciones periódicas con períodos, donde al menos algunos de los períodos son inconmensurables (i.e. su proporción es irracional). Un ejemplo es la función $f(x)=\cos(x) + \cos(\alpha x)$. Un patrón cuasiperiódico son los llamados mosaicos de Penrose.

ondulatoria de Schrödinger. Lo importante aquí es que la energía de un átomo hidrogenoide (átomo con un sólo electrón) se puede escribir como

$$E_n = -R \frac{Z^2}{n^2}$$

donde R es la llamada constante de Rydberg, Z es la carga nuclear del átomo y n es un entero llamado número cuántico principal que indica nivel de energía correspondiente. Cuando el átomo absorbe energía pasa de un nivel de energía inferior a uno superior. La frecuencia de la transición se puede determinar por medio de la ecuación anterior y la relación de Planck $E_n = h\nu$, como

$$\nu = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

donde n y m son los números cuánticos de los niveles involucrados en la transición. Esta última fórmula es llamada fórmula de Balmer, quien la formuló empíricamente mientras que Bohr la dedujo teóricamente. Sin embargo, una fórmula tan simple para las frecuencias no existe para los demás elementos de la tabla periódica, aún cuando siempre es cierto que la frecuencia es igual a la diferencia de energía (dividida por h) entre los niveles involucrados. En otras palabras, para átomos de más de un electrón no existe una fórmula analítica para la energía y, por ende, tampoco existe una constante de Balmer para ese átomo. Sin embargo, para ciertos átomos, especialmente la serie de los metales alcalinos (lítio, sodio, potasio, etc.) uno puede introducir una buena aproximación dentro de un modelo de partículas independientes conocido como modelo del defecto cuántico que permite aproximar las energías de algunos átomos por una fórmula similar a la del hidrógeno dada por

$$E_n = -R \frac{Z_0^2}{n^{*2}} = -R \frac{Z_0^2}{(n - \sigma)^2},$$

donde Z_0 es una carga nuclear efectiva, n^* es un número cuántico efectivo (no entero) y σ es el defecto cuántico (no entero). Sin embargo, en esa aproximación, **R sigue siendo la misma constante que para el átomo de hidrógeno.** El problema que planteaba el Profesor Zavrotsky era el siguiente: Si x es el número atómico de un elemento, y la constante de Balmer de su espectro, y n el número de los elementos conocidos, entonces existe un polinomio de grado no superior a $n - 1$ que reproduce los datos empíricos **CON PERFECTA EXACTITUD** (mayúsculas en su manuscrito original).

El profesor Zavrotsky planeaba resolver este problema utilizando la llamada fórmula de interpolación de Lagrange, el cual conduce a un polinomio de grado $n - 1$. Sin embargo, en su manuscrito el expone que “se conocen las 2 objeciones principales al uso de la fórmula de Lagrange: 1) es muy laboriosa; 2) no revela

la realidad física”. Yo le exponía, que además de la razón fundamental de que no existe constante de Rydberg (o de Balmer) para átomos multielectrónicos, la segunda objeción era bien fundada. El modelo que él proponía era un modelo empírico, el más bajo en la escala jerárquica de modelos matemáticos, y que el uso de la fórmula de interpolación de Lagrange no daba cuenta de las constantes empíricas en términos de constantes fundamentales. Desconozco si el Profesor Zavrotsky abandonó o siguió con el problema.

A diferencia de la mayoría de los científicos actuales, el Profesor Andrés Zavrotsky fue formado en la vieja tradición del conocimiento universal. Sea esta breve reseña sobre su interés por las ciencias naturales, nuestra modesta contribución al conocimiento de la vida de este gran hombre.