

## INFORMACIÓN INTERNACIONAL

### La Esquina Olímpica

Rafael Sánchez Lamonedá

En esta oportunidad reseñamos la actividad de Olimpiadas Matemáticas en la segunda parte del año 2003. Participamos en varios eventos internacionales, la 44<sup>a</sup> IMO en Tokio, en Julio pasado, la V OMCC en Costa Rica en Agosto y la XVIII OIM en Mar del Plata, así como la VI OIMU, la cual se organiza por correspondencia desde Brasil.

En total nuestros muchachos ganaron cinco premios entre medallas y menciones honoríficas y aún estamos a la espera de los resultados de la OIMU. Los premios fueron los siguientes:

Leonardo Urbina. Medalla de Plata. V OMCC

Tamara Mendt. Medalla de Bronce. V OMCC

Carlos Molina. Medalla de Bronce. V OMCC.

Rodrigo Ipince. Medalla de Bronce. XVIII OIM

José Javier Sanahuja. Mención Honorífica. XVIII OIM.

Queremos llamar la atención sobre la OMCC. La Olimpiada se realizó en Costa Rica pero compartiendo responsabilidades con Venezuela, pues nosotros estuvimos a cargo de la organización académica del evento. Además un grupo de siete profesores venezolanos participó activamente durante la realización de la Olimpiada. El éxito alcanzado fue reconocido por los países asistentes y se acordó utilizar este esquema de organización cuando el país sede lo requiera y ya estamos trabajando con Nicaragua y la Organización de Estados Iberoamericanos, para repetir este modelo de organización en la VI OMCC, en el año 2004.

Otro aspecto importante de destacar es el relativo a la organización de una Olimpiada Matemática Nacional en el año 2004. Los días 24 y 25 de Octubre de 2003 tuvimos una reunión muy productiva en Caracas, a la cual asistieron colegas de las siguientes universidades: ULA, LUZ, UNEXPO, UCLA, UPEL, UCAB, UNIMET, UDO, USB, UC y UCV. En la misma fijamos las bases de nuestro programa de entrenamiento nacional y la Olimpiada Nacional de Matemáticas, la cual se organizará en dos niveles, de 3<sup>o</sup> a 7<sup>o</sup> grados será la Olimpiada Recreativa de Matemáticas y de 8<sup>o</sup> a 2<sup>o</sup> de Diversificado, la Olimpiada Juvenil de Matemáticas. Ambos eventos tendrán al Canguro Matemático como certamen inicial y esperamos cubrir una población de 25.000 jóvenes en unas 12 ciudades del país.

Como resultado de esta reunión disponemos ahora de una nueva página web, con un acceso más rápido, la nueva dirección es:

<http://ares.unimet.edu.ve/matematica/acm>

Los invitamos a visitarnos y compartir con nosotros sus opiniones. Un aspecto importante de la página es la posibilidad de consultar un gran banco de problemas de olimpiadas matemáticas.

Terminamos nuestra sección con los problemas de la 44ª IMO.

---

## 44ª IMO

Version: Spanish.

### PRIMER DIA

Tokio, 13 de julio de 2003.

**Problema 1.** Sea  $A$  un subconjunto del conjunto  $S = \{1, 2, \dots, 1000000\}$  con 101 elementos exactamente. Demostrar que existen números  $t_1, t_2, \dots, t_{100}$  en  $S$  tales que los conjuntos

$$A_j = \{x + t_j \mid x \in A\} \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, 100$$

son disjuntos dos a dos.

**Problema 2.** Determinar todas las parejas de enteros positivos  $(a, b)$  tales que

$$\frac{a^2}{2ab^2 - b^3 + 1}$$

es un entero positivo.

**Problema 3.** Consideremos un hexágono convexo tal que para cualesquiera dos lados opuestos se verifica la siguiente propiedad: la distancia entre sus puntos medios es igual a  $\sqrt{3}/2$  multiplicado por la suma de sus longitudes. Demostrar que todos los ángulos del hexágono son iguales.

(Un hexágono convexo  $ABCDEF$  tiene tres parejas de lados opuestos:  $AB$  y  $DE$ ,  $BC$  y  $EF$ ,  $CD$  y  $FA$ .)

Tiempo: 4 horas y media.

Cada problema vale 7 puntos.

Version: Spanish.

## SEGUNDO DIA

Tokio, 14 de julio de 2003.

**Problema 4.** Sea  $ABCD$  un cuadrilátero convexo cuyos vértices están sobre una circunferencia. Sean  $P, Q$  y  $R$  los pies de las perpendiculares trazadas desde  $D$  a las rectas  $BC, CA$  y  $AB$  respectivamente. Demostrar que  $PQ = QR$  si y sólo si las bisectrices de los ángulos  $\angle ABC$  y  $\angle ADC$  se cortan sobre la recta  $AC$ .

**Problema 5.** Sea  $n$  un entero positivo, y  $x_1, x_2, \dots, x_n$  números reales tales que

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n.$$

(a) Demostrar que

$$\left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_i - x_j| \right)^2 \leq \frac{2(n^2 - 1)}{3} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_i - x_j)^2.$$

(b) Demostrar que se cumple la igualdad si y sólo si  $x_1, x_2, \dots, x_n$  forman una progresión aritmética.

**Problema 6.** Sea  $p$  un número primo. Demostrar que existe un número primo  $q$  tal que, para todo entero  $n$ , el número  $n^p - p$  no es divisible por  $q$ .

Tiempo: 4 horas y media.

Cada problema vale 7 puntos.

---

ESCUELA DE MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA,  
VENEZUELA  
rsanchez@euler.ciens.ucv.ve