

# Conocimiento Matemático y Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria. Algunas Reflexiones

Martín M. Socas Robayna y Matías Camacho Machín

## Resumen

En este artículo se desarrolla una reflexión sobre la naturaleza de las Matemáticas y se analizan algunas de las influencias que las diferentes concepciones de las matemáticas han tenido en las propuestas curriculares para Matemáticas en la Educación Secundaria que se han estado implementando en España durante los últimos años. Se incluyen además algunas implicaciones para la formación de profesores en el marco de tales reformas.

## Abstract

In this paper we reflect on the relationship between the nature of mathematics and the conceptions of the discipline that permeate curriculum proposals. In particular, we focus our discussion on recent reforms at secondary level that have been implemented in Spain. In addition, we analyse curriculum implications around teachers education that emerge under the vision of those reforms.

## Introducción

Tomar en consideración la enseñanza de las matemáticas en una Etapa Educativa es hablar de las Matemáticas como parte importante de la tarea docente. Conocer y dominar las Matemáticas es una condición necesaria, para enseñarlas de forma adecuada, es decir, el conocimiento matemático debe constituir el punto de partida básico para empezar a hablar de los aspectos educativos. Muchas de las determinaciones didácticas que se adopten estarán condicionadas por las características de dicho conocimiento, el cual llega a imprimir al proceso educativo una serie de presupuestos peculiares y diferenciados de los que corresponden a otras disciplinas.

La Matemática constituye, no obstante, una disciplina multiforme, que tiene un uso plural, que se ha manifestado en la enseñanza, como señala Romberg (1991), con rasgos diferentes, dependiendo de las épocas y de los autores. Es, en

general, considerada de formas diversas: conjunto de técnicas para aprobar un examen, cuerpo de conocimientos para ser aprendido, lenguaje específico con una notación particular, estudio de las estructuras lógicas subyacentes, juego artificial jugado por un matemático, construcción de modelos útiles en la ciencia, procedimientos de cálculo necesarios para aplicar el conocimiento... Lo importante no son los distintos aspectos de la Matemática en los que se puede o no incidir, sino el conocimiento de los elementos principales que conforman esta disciplina y hacer recaer la actividad matemática en el desarrollo de estos elementos principales.

Ahora bien, la racionalidad de la Matemática no la podemos supeditar a la consistencia lógica de sus resultados expresados en un lenguaje formalizado. Su racionalidad es inseparable de la actividad matemática, de la conjetura, del ensayo, del error, de la construcción de lenguajes, de resultados susceptibles de completarse y mejorarse,...La Matemática como empresa humana y racional se mueve entre dos posiciones, por un lado, su naturaleza histórica que nos muestra la potencialidad de la creación humana, y por otra, los objetos matemáticos, los elementos de esa cultura que llamamos culturización matemática, que nos permite hablar de descubrimiento. Vemos cómo el lenguaje como elemento mediador en la cultura matemática nos va a permitir hablar a la vez de creación y descubrimiento.

Los problemas relativos a la Filosofía de la Matemática pueden ser abordados, en la actualidad, desde las dos grandes posiciones que han caracterizado la naturaleza del conocimiento matemático durante las distintas épocas: la prescriptiva (o normativa) y la descriptiva (o naturalista), la primera procede de una posición absolutista de la Matemática y la segunda, analiza el conocimiento matemático desde la práctica matemática y sus aspectos sociales. La relación entre la enseñanza de las Matemáticas y estos dos grandes enfoques en la Filosofía de la Matemática es una cuestión evidente (Ernest, 1994). Esta relación puede ser vista desde dos aspectos importantes. El primero tiene que ver con el currículo que se desarrolla y el segundo se relaciona con las personas que imparten la materia, esto es, los profesores de matemáticas.

Trataremos de responder en este artículo a algunos interrogantes relacionados con los aspectos anteriores como pueden ser: ¿cuáles son los elementos principales de la disciplina matemática? ¿Qué influencia han tenido en los currículos de matemáticas de las diferentes reformas educativas? ¿de que manera debemos actuar en la formación de profesor para desarrollar en ellos los aspectos necesarios para interpretar coherentemente el currículo oficial de matemáticas para la Educación Secundaria?

Se reflexionará en este trabajo sobre la naturaleza de las Matemáticas y se analizarán sus implicaciones en la enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria tomando en consideración las diferentes reformas educativas que han tenido lugar en nuestro país en los últimos treinta años: Ley Gene-

ral de Educación (LGE, 1970), Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE, 1990) y Ley Orgánica de Calidad de la Educación (LOCE, 2002). Finalmente se expondrán perspectivas de formación del profesorado de matemáticas de Secundaria en relación con los diferentes currículos de matemáticas que se han generado a partir de las reformas educativas.

### **Naturaleza del conocimiento matemático**

Al pensar en los objetos de la Matemática, podemos situarnos en dos polos opuestos: considerar el lenguaje en un nivel secundario en relación con los objetos o pensar que la objetividad de la Matemática está inseparablemente unida a su formulación lingüística: “la Matemática no es más que un juego del lenguaje formal”. Entre esta dos posiciones sostenidas por las corrientes Intuicionista (Brouwer) y Formalista (Hilbert), respectivamente, parece razonable aceptar que la construcción de los objetos matemáticos no es posible sin un lenguaje, como señala Popper (1974), no puede haber construcción de los objetos matemáticos sin un control crítico constante y no puede haber crítica sin una formulación lingüística de nuestra construcciones.

Las diferentes escuelas que han caracterizado la naturaleza del conocimiento matemático durante las distintas épocas se pueden organizar, según Ernest (1994), en dos grandes grupos que responden a las concepciones que poseen sobre la Matemática: prescriptiva (o normativa) y descriptiva (o naturalista).

En la concepción prescriptiva de las Matemáticas, se consideran en primer lugar la tradición absolutista (formalismo y logicismo) y el platonismo como corriente filosófica. En la posición absolutista el conocimiento matemático está constituido por verdades absolutas y representa el único sustento del conocimiento verdadero, independientemente de la lógica y de las afirmaciones que pueden ser ciertas en virtud del significado de sus términos. El conocimiento matemático es absolutamente fijo y objetivo, la piedra angular de todo el conocimiento humano y de la racionalidad.

En la concepción descriptiva de las Matemáticas surge un renovado interés por ampliar las competencias de la Filosofía de las Matemáticas con el objetivo de contemplar un aspecto importante del conocimiento matemático: la práctica matemática y sus aspectos sociales. Aparecen de esta forma corrientes como el cuasi-empirismo de Lakatos, el constructivismo matemático y, dentro de éste, el intuicionismo, así como el convencionalismo y el constructivismo social.

### **Dos concepciones ontológicas**

Las acciones de descubrir e inventar nos lleva en la actividad matemática a dos concepciones ontológicas diferentes. La primera, supone aceptar que los objetos

matemáticos y las relaciones entre ellos tienen un carácter objetivo, la segunda, por el contrario, dota de subjetividad a estos objetos y sus relaciones. Concepciones que se referencian bajo los nombres de platonismo y constructivismo, respectivamente.

Para Platón los objetos matemáticos no están en continuidad con los objetos sensibles, su existencia es independiente de ellos. Tampoco son producto del pensamiento humano. Los objetos matemáticos pertenecen a un tercer mundo de naturaleza diferente a los dos anteriores, Popper (1974).

Hacer matemáticas en esta concepción filosófica, consiste en el proceso de descubrimiento de sus relaciones preexistentes. El trabajo del matemático platónico es un trabajo empirista, dado que no inventa sino que descubre los conceptos matemáticos. Utiliza para ello fundamentalmente la percepción y la intuición matemática.

El formalismo y el intuicionismo comparten el carácter exacto, independiente de toda experiencia, de las leyes matemáticas. Es el papel que los formalistas otorgan a la lógica y al lenguaje en la actividad matemática y en la fundamentación de los resultados lo que provoca la separación entre las dos escuelas. El formalismo mantiene una posición absolutista mientras el intuicionismo mantiene una posición relativista en relación con el conocimiento matemático.

En la segunda mitad del siglo XX el desarrollo de la postura intuicionista ha consistido en la formalización de las ideas sobre la construcción de la Matemática explicitada por Brouwer. El intuicionismo mantiene en la actualidad su presencia a partir de propuestas constructivistas que han surgido de él.

Observamos, en la primera mitad del siglo XX que los intentos de reducir la actividad matemática a justificaciones lógicas expresadas en teoría de conjuntos e ignorando otros modos de expresión y otras formas de razonamiento, no han producido los resultados esperados.

Como señala Tymozcko (1986), una vez abandonada la búsqueda de fundamentos para las matemáticas,

*“la filosofía de las matemáticas puede comenzarse de nuevo examinando las prácticas reales de los matemáticos y de los que usan las matemáticas”. O como señala más adelante: “Si contemplamos la matemática sin prejuicios, aparecen muchos hechos relevantes que los fundamentalistas ignoraron: demostraciones informales, desarrollo histórico, la posibilidad del error matemático, comunicación entre matemáticos, el uso de ordenadores en la matemática y muchos más ...”*

Ernest (1989, 1991), establece lo que él denomina “una reconceptualización de la Filosofía de las Matemáticas” en el sentido de que tal filosofía no tratará exclusivamente de justificar el conocimiento matemático mediante un programa fundacionista, puesto que las Matemáticas poseen múltiples aspectos que pueden

ser definidos en término de sus conceptos, características, historia y práctica, además de por su conocimiento proposicional. Según esto, la Filosofía de las Matemáticas tratará de analizar cuestiones como las siguientes:

*“¿Cuál es el propósito de las Matemáticas? ¿Qué papel posee el ser humano dentro de las Matemáticas? ¿Cómo el conocimiento subjetivo del individuo llega a ser el conocimiento objetivo de las Matemáticas? ¿Cómo se refleja la Historia en la Filosofía de las Matemáticas? ¿Cuál es la relación de las Matemáticas con las otras áreas de experiencia y el conocimiento humano? ¿Por qué las teorías probadas por la Matemática pura llegan a ser tan potentes y útiles en sus aplicaciones a la ciencia y a los problemas prácticos (Ernest, 1991)”*

El análisis de todos estos factores, permitirá considerar, además de los problemas internos de las Matemáticas -ontológicos y epistemológicos- exclusivamente tratados por el absolutismo, los aspectos externos, como su historia, la génesis, su práctica, etc.

Aparecen en la segunda mitad del siglo XX, nuevas corrientes acerca de la naturaleza de las Matemáticas que recuperan las posiciones no absolutistas de la primera mitad del siglo. Dentro de estas corrientes que contemplan las Matemáticas desde una perspectiva descriptiva o naturalista, se sitúan una serie de tendencias más modernas que surgen desde una visión falibilista de las Matemáticas y que contemplan las necesidades e implicaciones sociales de las matemáticas así como aspectos de su enseñanza-aprendizaje. Examinan críticamente la estructura del conocimiento adquirido por el ser humano inmerso en la sociedad. Estas son: el empirismo, el cuasi-empirismo, el convencionalismo y el naturalismo.

El empirismo tiene sus raíces en diferentes autores del los siglos XVII y XVIII, Locke, Berkeley y Hume. Con la intención de combatir las ideas innatas, analizan el origen del conocimiento humano. La idea central es conceder una preponderancia absoluta a la experiencia sobre las demás fuentes del conocimiento humano, es decir, acentúa la exclusiva validez de la experiencia como fuente del conocimiento. La universalidad y necesidad de nuestro conocimiento intelectual es explicada por la acción de las cosas externas sobre nuestras facultades cognoscitivas.

Representa la opción más extrema de la consideración descriptiva de las Matemáticas. Esta corriente filosófica admite una visión de la naturaleza de las Matemáticas que descansa sobre la consideración de que las verdades matemáticas son generalizaciones empíricas. Así, los conceptos matemáticos tienen orígenes empíricos y las verdades matemáticas se derivan de las observaciones del mundo físico. Sus justificaciones provienen también de estas observaciones.

El cuasi-empirismo es una corriente, relativamente reciente, surge de la enérgica oposición de su fundador -Imre Lakatos- al Logicismo y Formalismo.

Como señala Viviente (1990): “El cuasi-empirismo pretende colmar el vacío existente entre la concepción que tiene el filósofo de la Matemática y la de las Ciencias Naturales, aproximando la primera a las segundas, al razonar que el conocimiento de la Matemática no es ni a priori, infalible”.

Esta corriente filosófica incluye la dimensión histórica de las Matemáticas, a partir de la cual se puede mostrar por qué se desarrollaron los conceptos y resultados particulares de las Matemáticas, tomando como base los problemas concretos así como las dificultades históricas para su resolución (Lakatos, 1978, 1981).

Tiene más importancia para esta corriente filosófica la Matemática informal y práctica que la formal o acabada, y considera que la dialéctica conjetura-refutación, así como el uso constante de contraejemplos, constituyen la clave para la elaboración de teorías matemáticas informales.

Davis y Hersh (1988) aportan al cuasi-empirismo de Lakatos la naturaleza cultural de las Matemáticas, tanto a los aspectos internos como a los externos de la misma. Mientras Lakatos se centra en la historia del desarrollo de la propia Matemática (aspectos internos), estos autores muestran cómo las Matemáticas penetran y desarrollan todos los aspectos de la vida social y cultural.

El convencionalismo tiene como principal representante a Wittgenstein (1978, op. cit. en Ernest 1991), quién ofrece una importante visión social de las Matemáticas y considera que el conocimiento matemático y la verdad están basados en convenios lingüísticos; en particular, que las afirmaciones de la lógica y las Matemáticas son analíticas, verdaderas en virtud del significado de los términos que utilizan. Su contribución clave estriba en reconocer las bases sociales y subjetivas de la certidumbre, dado que seguir una regla matemática o lógica no supone una obligación. En cambio sus bases se establecen en torno a tomar decisiones tácitas o conscientes que acepten las reglas del “juego del lenguaje” que se encuentran situadas en las formas de vida preexistentes.

Consideremos, finalmente, diferentes aspectos de una corriente filosófica que se encuentra aún en estado de gestación, y que se sitúa en el marco de la consideración descriptiva de las Matemáticas: el naturalismo, que sitúa el análisis de la naturaleza del conocimiento matemático no en los sistemas formales, sino en la actividad humana, capaz de hacer frente a situaciones nuevas y de generar procedimientos y conceptos que permitan el avance.

Un estudio del desarrollo de la Matemática siguiendo las pautas del modelo evolutivo lo encontramos en Wilder (1981). La Matemática se concibe como una construcción humana enraizada en las culturas diversas, que se ha desarrollado en ellas un sistema según el modelo antropológico de un sistema cultural. Nos ofrece una visión de la Matemática como sistema cultural en el que la relevancia de la historia y de la actividad matemática está hecha desde una epistemología empirista y desde una concepción pragmática.

Una visión de la Matemática desde una perspectiva realista y ecologista la

encontramos en Kitcher (1984). Las Matemáticas aparecen como algo complejo no abordable desde los entramados formales de conceptos y sistemas de teorías; muestra en la actividad matemática el carácter racional de los cambios en el desarrollo histórico de las Matemáticas. Caracteriza la actividad matemática en términos de: responder a cuestiones, generar cuestiones, generalizar, imponer rigor y sistematizar. La práctica matemática aparece, igualmente, caracterizada por una secuencia de cinco elementos: lenguaje (L), proposiciones aceptadas por la comunidad matemática en un tiempo determinado (M), formas de razonamiento no cuestionadas (R), cuestiones consideradas importantes (Q), conjunto de puntos de vista metamatemáticos (S). Kitcher mantiene una posición empirista y subjetivista de los objetos matemáticos y explica el avance del conocimiento matemático como una forma de conocimiento socialmente condicionada.

Una posición integradora la constituye el constructivismo social, que es una postura filosófica sobre las Matemáticas concebida con el fin de aglutinar las características esenciales de las corrientes filosóficas “sociales” a las que nos hemos referido anteriormente y pretende servir como base para la conceptualización de una filosofía de la Educación Matemática (Ernest, 1989, 1991).

Al igual que para el cuasi-empirismo, su objetivo central está en la génesis del conocimiento matemático más que en su justificación. Para esta corriente filosófica, el individuo y el conocimiento de la disciplina son mutuamente interdependientes y se van construyendo mediante la interacción personal entre ambos, mediatizados por los textos y otras representaciones lingüísticas, simbólicas e icónicas.

Desde el punto de vista del constructivismo social, el desarrollo del nuevo conocimiento matemático y la comprensión subjetiva de las matemáticas se derivan del diálogo y las negociaciones interpersonales, esto es, hacer y aprender matemáticas deben surgir a partir de procesos similares. Además, la adquisición del conocimiento matemático, tiene como uno de sus fundamentos el conocimiento tácito y lingüístico de las Matemáticas que poseen los miembros de una comunidad cultural.

Para esta propuesta de filosofía de las Matemáticas, los conocimientos subjetivos (la creación personal del individuo) y el conocimiento objetivo (cultura matemática), se encuentran formando un ciclo en el que cada uno contribuye a la renovación del otro.

A modo de resumen, de estas breves referencias sobre la filosofía de las matemáticas, podemos señalar que los aspectos de racionalidad matemática que subyacen en la actividad matemática de las dos grandes perspectivas adoptadas: la absolutista y la relativista, se pueden distinguir: la primera, porque concibe la racionalidad matemática como una propiedad de los sistemas formales, y la segunda, porque la entiende como una propiedad de la empresa humana, y abre el horizonte de una racionalidad fuera de los ámbitos de la lógica formal

y sustentada en la actividad de los matemáticos, en la historia y en el contexto socio-cultural.

Podemos decir que en el último cuarto del siglo XX, se ha desplazado el centro de interés desde las teorías matemáticas como productos acabados hacia la actividad matemática entendida como una práctica social en un doble sentido: por un lado, en cuanto es aprendida de otras personas, y por otro, porque está formada por reglas que se siguen habitualmente ( Wittgenstein, 1987; Lakatos, 1978 y 1981; Davis y Hersh 1988; Ernest, 1991, 1994 y 1998). En todos ellos se pueden extraer tres aspectos esenciales de la Matemática que deben ser tenidos en cuenta en la enseñanza/aprendizaje de la misma:

La Matemática es un sistema conceptual lógicamente organizado y socialmente compartido. Esta organización lógica de los conceptos, propiedades, teoremas,..., explica un gran número de dificultades y obstáculos en el aprendizaje.

La Matemática es una actividad de resolución de problemas socialmente compartida. Problemas que pueden tener relación con el mundo natural o social o ser problemas internos de la propia disciplina. La respuesta a estos dos tipos de problemas explican la evolución y desarrollo progresivo de los objetos matemáticos (conceptos, teorías,...). La actividad de resolución de problemas es un proceso cognitivo complejo que ocasiona dificultades en el aprendizaje de la Matemática.

La Matemática es un lenguaje simbólico característico y constituye un sistema de signos propios en el que se expresan los objetos matemáticos, los problemas y las soluciones encontradas. Como todo lenguaje tiene funciones básicas y reglas de funcionamiento que dificultan el aprendizaje.

## **Los currículos de matemáticas en las diferentes reformas educativas**

El Sistema Educativo español se ha caracterizado en los últimos treinta años por sucesivas reformas y cambios que se enmarcan dentro de diferentes leyes, especialmente: LGE, LOGSE y LOCE.

En todas las reformas la Matemática aparece como una referencia obligada en el estudio y determinación de las finalidades de la educación en una etapa educativa. Ahora bien su carácter histórico y su consideración como un sistema de prácticas y de realizaciones conceptuales ligadas a un contexto social e histórico concreto, son los elementos indispensables para este estudio y determinación de las finalidades de la educación matemática. La enseñanza de las matemáticas forma en consecuencia parte del sistema educativo obligatorio de cualquier país, que es el encargado de transmitir la herencia cultural básica de cada sociedad. Al ser la Matemática una disciplina del currículo, éste no puede ser ajeno o contrapuesto a los valores de esa cultura y sociedad.

A partir de las filosofías prescriptivas sobre la matemática surgen consecuencias didácticas importantes que se reflejan en desarrollos de los currículos de algunos países. Como hemos visto, en todos estos casos, las matemáticas descansan en ciertos fundamentos -como, por ejemplo la lógica- y ascienden desde la abstracción a la generalidad. Para estas escuelas de pensamiento, la historia está separada del conocimiento matemático y de su justificación; el conocimiento matemático es un conocimiento puro y aislado que pasa a considerarse útil debido a su validez universal.

Un currículo de Matemáticas presidido por esta interpretación (por ejemplo el Curriculum Nacional Británico) será un currículo establecido mediante jerarquías que sirven para clasificar a los alumnos en clases sociales, razas, etc.

Las filosofías absolutistas justifican un tipo de enseñanza basada exclusivamente en la transmisión de los conocimientos, considerando como básica la metáfora de la comunicación del conocimiento. Si las Matemáticas existen previamente en la mente humana, entonces el acto de enseñanza consistirá en una transmisión efectiva de los conocimientos matemáticos. Desde esta visión, el énfasis se pone en los contenidos y las dificultades que impiden un aprendizaje óptimo de los alumnos surgen de una pobre comprensión, por parte de éstos, de los conocimientos que se le transmiten o por las exposiciones poco claras de los profesores. La evaluación del aprendizaje consistirá en que el profesor compruebe que el alumno es capaz de repetir sus explicaciones.

Moreno y Waldegg (1992), señalan con respecto a las escuelas absolutista y platonista que:

*“Bajo esta concepción, la matemática puede ser vista como un ‘objeto de enseñanza’: el matemático la ‘descubre’ en una realidad externa a él, una vez descubierto un resultado matemático es necesario ‘justificarlo’ dentro de una estructura formal y queda listo para ser enseñado [...] la tarea del profesor consiste en ‘inyectar’ el conocimiento en la mente del estudiante a través de un discurso adecuado. El estudiante, por su parte, no puede modificar la estructura del discurso, su tarea consiste en decodificarlo. La didáctica, bajo este punto de vista, busca optimizar la tarea del profesor mediante una especie de combinatoria de contenidos, generalmente apoyada en preceptos universales -como paso de lo simple a lo complejo, de lo particular a lo general, de lo concreto a lo abstracto, del análisis a la síntesis- y poniendo especial énfasis en el contexto de la justificación, como estado superior del conocimiento”.*

Estos autores identifican quizás, exageradamente, que la tónica general de la enseñanza de las matemáticas a lo largo del pasado siglo ha venido influenciada por las escuelas absolutistas de pensamiento.

Análogamente, de las filosofías descriptivas de la matemática derivan consecuencias didácticas. De esta manera, de la corriente intuicionista, podemos

observar las consecuencias didácticas siguientes: el énfasis sobre la exploración y resolución de problemas, la discusión de las tareas matemáticas, el desarrollo de investigaciones en las aulas, el respeto por las creaciones realizadas por los alumnos. Ernest (1991), señala algunos aspectos negativos tales como la excesiva protección de los alumnos así como la carencia de utilizar problemas relacionados con la vida real y extraídos del entorno social donde se desenvuelve el alumno. Pese a que los intuicionistas consideren que el alumno debe construir activamente sus significados, basándose en procesos constructivo y de conjetura, se sigue considerando que existe un cuerpo correcto de conocimientos matemáticos que surgen de la construcción. El papel del profesor es el de “facilitador” de la adquisición de los conocimientos y de “corrector” de las malas realizaciones de los alumnos.

Para el convencionalismo el interés didáctico reside en mostrar que la certeza y la necesidad de las Matemáticas son el resultado de un proceso de desarrollo social y que todo conocimiento, incluso sobre la educación, presupone la adquisición significativa de un lenguaje ya existente en los contextos sociales y sus interacciones.

El punto de vista didáctico, en el cuasi-empirismo muestra la actividad matemática como universal, multicultural e imposible de ser separada completamente del contexto social, trascendiendo de las dicotomías pura-aplicada y académica-popular. Es obvia la relevancia que tienen estas características para la educación matemática y todas estas clases de manifestaciones y usos de las matemáticas sobre las formas sociales. Igualmente al acercar la dimensión histórica de las matemáticas muestra cómo la metodología de trabajo sobre la propia matemática no difiere de la dimensión heurística del trabajo en resolución de problemas, que se debe trabajar habitualmente en la clase (Ernest, 1994).

Por último, Ernest (1989, 1991), desarrolla su “Filosofía de la Educación Matemática” utilizando como fundamento teórico el constructivismo social, y establece un modelo de ideología educativa para las Matemáticas que incluye como elementos primarios: la epistemología, la filosofía de las Matemáticas, las metas educativas, etc., y como elementos secundarios: teorías del conocimiento de la matemática escolar, evaluación del aprendizaje, etc., y elabora -de acuerdo con este modelo- un conjunto de características que determinan la actuación de cinco grupos sociales en base a este marco de ideología educativa, a los que pertenecen los profesores: preparador industrial, viejo humanista, educador progresista, pragmático tecnológico y educador público. Es este último el que representa la ideología que refleja los planteamientos de su constructivismo social.

Los planteamientos didácticos que surgen desde el constructivismo social como concepción filosófica de las Matemáticas deben tener en cuenta, según Ernest (1994): El contexto social y cultural dentro del que aparecen las Matemáticas (relaciones interpersonales, instituciones sociales y relaciones de poder); los

procesos sociales que aparecen en la determinación, construcción y negociación de los conceptos matemáticos, métodos, simbolismos, argumentos y resultados; el contexto histórico cultural de las Matemáticas; la bases lingüísticas del conocimiento matemático, en particular el simbolismo; los valores, propósitos y metas que subyacen en los procesos de educación matemática; la dependencia de las Matemáticas de la construcción subjetiva del conocimiento requiere introducirse en un mundo matemático imaginado por medio de práctica de comunicación social de los alumnos y, por último, que las Matemáticas y el conocimiento matemático son prácticas que no están separadas de otras prácticas sociales tanto intraescolares como extraescolares.

Para llevar a cabo la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el constructivismo social considera como importante:

- Respetar tanto los conocimientos previos de los alumnos como los significados que adquieren.
- Construir el conocimiento a partir de los métodos que utilizan los alumnos, mediante una negociación.
- Considerar la inseparabilidad de las Matemáticas con sus aplicaciones y la importancia de la motivación y la relevancia.

El constructivismo social se muestra como una concepción integradora donde los currículos actuales son susceptibles de interpretación. De esta forma, el contexto social donde se desarrollará la enseñanza (aulas, alumnos, profesor, etc.), el marco que rodea el desarrollo de las actividades de aprendizaje y el tratamiento lingüístico de las actividades y tareas presentadas a los alumnos, se constituyen como datos importantes.

### **El currículo de matemáticas en la Ley General de Educación (LGE, 1970)**

El currículo de matemáticas que deriva de la LGE se fundamenta en el modelo tecnológico con tendencias conductistas sobre el aprendizaje, en el que lo esencial es la consecución de una serie de objetivos y contenidos matemáticos susceptibles de ser observados y medidos.

La concepción del currículo de Matemáticas que deriva de los posicionamientos anteriores es también determinante y opta por un currículo prescriptivo, en el que los contenidos están fijos y tienen finalidad en sí mismos. La evaluación se dirige especialmente a comprobar el nivel de adquisición de contenidos por parte de los alumnos. La metodología está organizada para optimizar la adquisición de contenidos.

En este marco de la Ley General de Educación surgen en España muchos movimientos de innovación que formulan nuevas propuestas que pretenden superar algunos de los rasgos más significativos de los currículos anteriores: fundamentación conductista del aprendizaje, valoración esencialista del conocimiento, autoridad indiscutible del profesor, objetividad de la evaluación mediante las Matemáticas y, por tanto, legitimidad de la selección social fundada en ellas; sin embargo, esta visión crítica no se logró transmitir del todo al Sistema Educativo. La crisis de la enseñanza de las Matemáticas, se hizo más evidente a principios de la década de los noventa. Para solucionar el problema había que ir a su origen, viéndose como era preciso replantearse las finalidades del currículo de Matemáticas, ajustándolas a las necesidades del ciudadano y de la sociedad actual; de este modo las finalidades establecen un nuevo grado de análisis y unas dimensiones con las que organizar el currículo en este nivel.

### **El currículo de matemáticas en la Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE, 1990)**

La integración de España en la Comunidad Europea planteó a nuestro Sistema Educativo nuevas necesidades y demandas; entre otras, se encuentran los esfuerzos para mejorar la calidad de la enseñanza en todos sus niveles, la necesaria reforma de la Educación Secundaria para ampliar el período de enseñanza obligatoria hasta los dieciséis años, y la necesidad de que desaparezcan las distancias y desigualdades educativas debidas a causas sociales, culturales o económicas. Es dentro de este marco, en el que las Matemáticas no deben aparecer sólo como una disciplina formal que se construye lejos de nosotros y de nuestros intereses, sino más bien como un lenguaje que se manifiesta en todas las formas de expresión humana y que emerge como un derecho cultural esencial para todos los sujetos de la sociedad, y en consecuencia la enseñanza y aprendizaje de las mismas debe desarrollarse y profundizar en su dimensión educativa, planteándose nuevas metas y prioridades que desbordan el papel clásico atribuido a esta disciplina.

En el MEC (1989), se señala que:... *“en la medida en que el aprendizaje de las Matemáticas se entienda como la apropiación de un saber constituido y acabado, es evidente que su capacidad para asimilar y aprehender la estructura interna de dicho saber condicionará la posibilidad misma de llevar a cabo el aprendizaje. Por el contrario, si el aprendizaje de las Matemáticas se contempla como un proceso de construcción y de abstracción de relaciones, progresivamente más complejas, elaboradas en y a partir de la actividad del alumno, entonces las características psicoevolutivas de los alumnos, sin dejar de jugar un papel esencial, difícilmente podrán ser consideradas como el punto de referencia único para la selección, organización y secuenciación de contenidos del aprendizaje”*.

La preocupación por organizar un currículo de Matemáticas escolares que responda a las necesidades de la mayoría y respete las características individuales no es una cuestión reciente. La recomendación “Matemática para todos” tiene su origen en el movimiento de reformas para la enseñanza de las Matemáticas emprendido por los Estados Unidos y Gran Bretaña en los años cincuenta, y que se extiende progresivamente a los demás países occidentales. El proceso de matematización de la cultura devuelve a la comunidad unas matemáticas que no son de ninguna manera ni propiedad, ni exclusividad de un sector o grupo cultural, situación que sí aparece en el proceso de culturización matemática, es por ello, que la función tradicional asignada a las matemáticas en el Sistema Educativo se modifican profundamente. El papel tradicional de las Matemáticas aparece cuestionado como instrumento para legitimar estatus sociales que generan divisiones entre el trabajo intelectual y manual, emerge la función formadora de la Matemática como un conocimiento básico compartido, al menos hasta los dieciséis años. Es en este contexto donde surgió el movimiento Matemáticas para todos.

En España, con cierto retraso, el currículo de Matemáticas incorpora la Matemáticas para todos como una de sus ideas básicas, es decir, extender la enseñanza de las matemáticas al conjunto de la población hasta los dieciséis años, esto genera un choque frontal con la concepción anterior en nuestro país de una matemática escolar minoritaria.

Nuevamente nos surgen preguntas inevitables: ¿qué Matemáticas debemos seleccionar que sirvan para todos?, ¿son éstas verdaderas Matemáticas?

El modelo curricular propuesto por el MEC para la ESO hace una apuesta decidida por el aprendizaje significativo de los alumnos, donde el constructivismo se convierte en el modelo de referencia curricular. La construcción de sus aprendizajes la realiza el alumno de una manera integrada desde tres tipos de contenidos: conceptos, procedimientos y actitudes. Además de defender un modelo de intervención educativa constructivista y significativa, el currículo permite un grado máximo de apertura y flexibilidad, convirtiendo a la vez en obligatorios determinados objetivos y contenidos (programas de mínimos), preservando la atención a la diversidad de los alumnos, a sus diferencias y singularidades, y potenciando la evaluación formativa como instrumento para dinamizar el progreso de los alumnos, orientando y facilitando la construcción de nuevos aprendizajes a partir de los conocimientos previos.

El currículo de matemática opta además, por proponer el desarrollo de capacidades de orden superior como la identificación y resolución de problemas, el desarrollo del pensamiento crítico y el uso de estrategias de naturaleza metacognitiva. Es obvio que estos nuevos objetivos suponen modificaciones sustanciales a lo que entendíamos como actividad matemática y a lo que significa aprender matemáticas y que el profesorado necesita recursos y estrategias de enseñanza que no derivan directamente de la propuesta curricular aportada.

La concepción del currículo de Matemáticas que deriva de la LOGSE, opta por un currículo básico susceptible de la intervención directa de los propios profesores y centros en el que sea prescriptivos los objetivos generales y los bloques de contenidos, quedando todo lo demás supeditado al Proyecto Curricular de Centro, en el que los contenidos constituyen medios para conseguir unas finalidades educativas, y en el que no solo se consideran los contenidos conceptuales sino que al mismo tiempo se contemplan los procedimentales y actitudinales. La evaluación se dirige además de comprobar el nivel de adquisición de contenidos por parte de los alumnos a analizar además, todos los elementos del currículo para armonizar su desarrollo (alumnos, centro, profesores, entorno, ...). Igualmente la metodología está organizada no sólo con la finalidad de optimizar la adquisición de contenidos sino que pretende conseguir situaciones significativas de aprendizaje y de comunicación, favoreciendo la creatividad y autonomía del alumno.

El profesorado es consciente de que se han producido modificaciones considerables en la enseñanza de las Matemáticas de la Educación Secundaria, como resultado del intento de acomodar la estructura y el funcionamiento del Sistema Educativo a las transformaciones políticas, sociales, culturales y económicas de la sociedad española, lo cual, a su vez, ha motivado que los profesionales dedicados a su enseñanza se estén encontrando con dificultades específicas derivadas de las tareas propias de ese campo de trabajo. Entre los problemas no podemos olvidar el carácter inmovilista y conservador que tradicionalmente ha predominado en la enseñanza de las Matemáticas y la orientación fundamentalmente selectiva y elitista de los procesos de su aprendizaje, lo cual ha generado un fuerte movimiento crítico de revisión encabezado por grupos de innovación, así como por distintos colectivos organizados y asociaciones.

La Comunidad Española de Profesores de Matemáticas, en su conjunto, no hemos sabido aprovechar las oportunidades ofrecidas por la Reforma del Sistema Educativo para hacer una revisión en profundidad de los objetivos, los contenidos, los métodos y la evaluación del currículo de Secundaria. Estas actuaciones no se han difundido bien en la comunidad, que conoce a medias su existencia y, en consecuencia, no se está viendo afectada por los resultados y conclusiones de dichos trabajos. Las tareas de coordinación y las relaciones de comunicación entre grupos de investigación, equipos de innovación y profesores reflexivos necesitan un desarrollo mucho mayor en España; las Instituciones Educativas y las Sociedades de Profesores o Investigadores tienen aquí un campo de actuación considerable.

## **El currículo de matemáticas en la Ley Orgánica de Calidad de la Educación (LOCE, 2002)**

En esta nueva propuesta se sigue resaltando la equiparación entre los contenidos de conceptos y los de procedimientos, los cuales a su vez han de ser tratados con suficiente rigor formal a lo largo de la Etapa, no así los contenidos de actitudes. Otro aspecto sobre el que se hace mucho hincapié en la propuesta, es la necesidad de incorporar al Currículo de Matemáticas el uso de todos aquellos recursos tecnológicos (calculadoras y programas informáticos) adecuados para desarrollar procedimientos rutinarios, para interpretar y para analizar situaciones diversas relacionadas con los números, con el álgebra lineal, con el análisis funcional o con la estadística, así como para resolver, de forma práctica, situaciones problemáticas.

La nueva normativa también intenta justificarse insistiendo en las necesidades de aquellas otras materias del ámbito científico-tecnológico que requieren de contenidos matemáticos para su desarrollo, las cuales no han sido pasadas por alto a la hora de elaborar y distribuir los contenidos mínimos.

Se le ha dado también un enfoque diferente a la resolución de problemas, la cual deja de ser considerada como un Bloque de Contenidos para ser contemplada como una práctica constante y paralela al proceso de enseñanza/aprendizaje, independientemente de la Etapa o Nivel tratado. Observamos como las Matemáticas curriculares de la Educación Secundaria se encuentran en una fase de cambio motivada, en parte, por las reacciones y reajustes que tienen lugar en la propia Matemática, y en especial, como consecuencia directa del empuje innovador que ofrecen las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), tan presentes en nuestra realidad más inmediata.

Con las modificaciones hechas se pretende, desde la Administración, centrar el Currículo de Matemáticas en aquellos conceptos y procedimientos que tienen más valor para la época actual. La importancia que se le ha otorgado en estos nuevos currículos a los tópicos matemáticos está en función de su utilidad para el desarrollo y construcción de otras ideas matemáticas, para la resolución de problemas dentro o fuera del ámbito de esta Ciencia; así como también viene determinada por la necesidad de dar respuesta a las demandas y posibilidades que van surgiendo, relacionadas, éstas últimas, con los más recientes avances tecnológicos.

En cuanto a los Objetivos Generales, esta propuesta parece apostar más por una deshumanización del Currículo, propiciando más el desarrollo de las capacidades cognitivas (donde se incluyen las que tienen que ver con el manejo de las nuevas tecnologías y vías de información) en detrimento de las afectivas, las relaciones interpersonales y las de actuación e inserción social, pese a ser estas últimas las que favorecen la autorrealización del sujeto.

En resumen podemos señalar que los nuevos Currículos de Matemáticas propuestos (LOCE) pretenden dar una visión de la matemática más acorde

con la realidad actual, en la que las nuevas tecnologías tienen un protagonismo especial a costa de restar importancia a la adquisición de capacidades vinculadas al desarrollo personal del alumno. La reforma propuesta por la LGE en 1970 nos presenta unas Matemáticas formada por objetos ya construidos que hay que dominar, mientras que la Reforma impuesta por la LOGSE en 1990 nos presenta por el contrario unas Matemáticas que lejos de ser un objeto ya construido que hay que dominar, se configuran como una forma de pensamiento abierto, en el que se deja cierto margen a la creatividad personal fomentando su ejercitación individual.

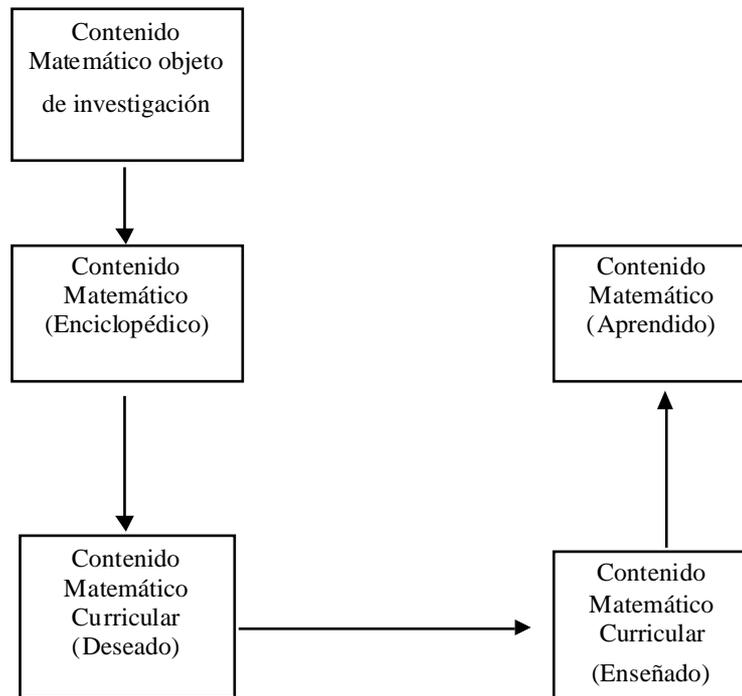
A grandes rasgos, podemos señalar que a la hora de extrapolar la importancia de que el conocimiento matemático verse sobre los elementos de la disciplina ya constituida, nos encontramos en los currículos de matemáticas con dos formas diferentes de entender el aprendizaje de las matemáticas: “como la apropiación de un saber constituido y acabado” o “como un proceso de construcción y de abstracción de relaciones, progresivamente más complejas, elaboradas en y a partir de la actividad del alumno”.

## **Formación del profesorado de matemáticas de Secundaria**

Dedicamos este apartado a analizar las perspectivas de formación del profesorado de matemáticas de Secundaria idóneos para implementar con garantías los distintos currículos de matemáticas que se han generado a partir de las diferentes reformas educativas. Como hemos señalado estas reformas educativas han planteado en España modificaciones profundas en todas las áreas del saber y en particular en el modo usual de enseñar Matemáticas. Los cambios curriculares afectan a las múltiples dimensiones del currículo.

Consideremos brevemente la problemática asociada al proceso de organizar un currículo de matemáticas para los estudiantes, éste puede describirse desde diferentes puntos de vista, y encontramos diversas explicaciones de este proceso en función de los diferentes marcos teóricos de referencia, así por ejemplo, la tradición alemana llama “Elementarización”, a la transformación activa de un contenido matemático a formas más elementales con un doble sentido: ser fundamental y accesible para los grupos de estudiantes que lo reciban (Biehler et al., 1994), o bien desde la tradición francesa se describe este proceso con la teoría de la “Transposición Didáctica”, Chevallard (1985), poniendo en evidencia las diferentes variables que intervienen en el paso del conocimiento matemático científico a conocimiento matemático deseado y susceptible de ser enseñado en una etapa educativa. En este proceso, el saber matemático escolar es organizado como el resultado de diferentes ajustes proporcionados por la acción didáctica y por ello difiere cualitativamente de su saber de referencia.

Señalamos en el siguiente cuadro la etapas en la transposición didáctica:



El contenido matemático curricular deseado es definible en el dominio del contenido matemático enciclopédico, aunque él no es enseñado ni organizado bajo esa forma. Son mecanismos y organizaciones precisas las que deben asegurar su extracción del contenido enciclopédico y su inserción en el discurso didáctico. Realizadas estas acciones por diferentes elementos del sistema educativo, el saber matemático a enseñar es intrínsecamente diferente del saber enciclopédico, al menos en su aspecto epistemológico.

El currículo de matemáticas que el profesor debe implementar ha sido determinado por diversos agentes del macrosistema educativo mediante un proceso que generalmente resulta desconocido al futuro profesor. El currículo está organizado por una lista de contenidos que están relacionados con las capacidades que pueden desarrollar e inmerso en una concepción determinada de entender la enseñanza y el aprendizaje, así como el proceso de evaluación. El futuro profesor debe reflexionar sobre este currículo, es decir, asimilarlo en su globalidad, en su coherencia, en su finalidad, y hacer sobre el mismo, una interpretación personal.

Ahora bien, el conocimiento matemático del profesor, ¿cómo ayuda en esta reflexión?

Podemos indicar como un hecho cierto que muy pocos profesores de matemáticas tienen una formación adecuada respecto a lo que están enseñando en términos de un conocimiento matemático como proceso, es decir, como un conocimiento que debe ser considerado desde una perspectiva histórica/crítica, contextualizado y que tiene relaciones con las sociedades y culturas donde nace y se arraiga. La tendencia más común es considerar el conocimiento matemático como un producto acabado, que implica abordar el conocimiento en su fase actual, descontextualizado, basado en el análisis lógico, donde las relaciones se establecen sólo a nivel de conceptos matemáticos. Esta concepción es insuficiente para cubrir con garantías una parte importante de los fundamentos de determinadas la propuestas curriculares de matemáticas en la Educación Secundaria.

En el caso de la LOGSE el profesorado de matemáticas se encuentra con que se han producido cambios importantes en lo que se considera conocimiento matemático, apareciendo, de esta manera, que además de los hechos, conceptos y principios de la Matemática, también forman parte del conocimiento matemático los procedimientos: utilización de distintos lenguajes, estrategias generales y específicas para la resolución de problemas, etc., y las actitudes hacia las Matemáticas, donde hay que fomentar la apreciación a las Matemáticas, la organización y los hábitos de trabajo en Matemáticas como aspectos con entidad propia; todo ello lleva necesariamente a una revisión y reorganización de los contenidos. También se ha modificado el modo de trabajar en el aula; desde las clases diseñadas únicamente sobre lecciones magistrales hasta llegar a la dinámica de grupos, pasando por el trabajo en equipo, donde el énfasis en la participación, en la elaboración de alternativas propias, en la discusión y en la toma de decisiones razonadas juegan un papel esencial. Junto a estos cambios metodológicos aparece la evaluación del aprendizaje de los alumnos como un elemento determinante en el diseño y desarrollo de las unidades de aprendizaje, de esta forma la evaluación debe ser orientadora y formativa antes que sumativa y sancionadora. La evaluación debe tener en cuenta no sólo el dominio de definiciones y conceptos o la ejecución de destrezas, sino que debe contemplar competencias más generales, incluyendo la actitud hacia la propia Matemática.

En esta propuesta educativa se encuentra el profesorado con cambios curriculares que le enfrenta a nuevas tareas; entre otras, las que suponen un currículo básico y abierto en matemática que obliga a valorar y elegir entre diversas alternativas pedagógicas la más adecuada a su realidad.

En términos más concretos la propuesta curricular en matemática plantea grandes desafíos a los programas de matemáticas, con relación al punto de vista de los alumnos: “todos” los alumnos estudiarán matemáticas al menos hasta los dieciséis años, y “todos” los alumnos deberán aprender a “hacer” matemáticas y comprobar que “las matemáticas tienen sentido”. Esto choca frontalmente con los planteamientos de los profesores de matemáticas sobre los

programas anteriores, es decir, lo que se propone es considerablemente distinto de la práctica habitual en matemática.

Mientras en el modelo anterior primaba el conocimiento sobre la matemática, ahora se propone el “hacer” matemática; obviamente la diferencia es notable. De otra manera: se propone que la comprensión matemática no se refiera a la cantidad de conocimientos de matemática que tiene el alumno, sino a la competencia del razonamiento matemático desarrollado por el mismo.

La propuesta curricular opta por una metodología orientada a lograr situaciones significativas de aprendizaje, favoreciendo la creatividad y autonomía del alumno. Se propone en consecuencia una metodología basada en el descubrimiento y en el aprendizaje significativo que fomente la creatividad, más que en una metodología receptiva y mecánica, y que respete los equilibrios epistemológicos: instrumental y relacional, y social: comprensividad y diversidad.

El profesor es un educador, y entre los 12 y los 16 años será tutor de sus alumnos. El profesor ha de ser diseñador, elaborador de materiales y ha de formar parte del equipo que desarrolle el Proyecto Curricular de su Centro. Aunque en teoría el profesor cuenta con estructuras de apoyo configuradas por equipos de orientación, asesores y representantes de la administración, la tarea que debe asumir es de una gran complejidad y de no fácil solución.

Las finalidades, que en España se asignan a la Educación Secundaria, se pueden agrupar en dos áreas principales. La primera de ellas hace referencia al sujeto de la educación, a la persona tomada individualmente (desarrollo de la personalidad); la otra a la Sociedad, a los individuos tomados en grupo (democracia, progreso económico y social). Esta dualidad se aplica si se tiene en cuenta que la Enseñanza Secundaria de primer ciclo, forma parte de la obligatoriedad escolar, por lo que comparte sus fines con los de la Enseñanza Primaria. Por otra parte, la etapa Post-obligatoria, la opcional, se orienta más a la sociedad que al individuo, al centrarse en los aspectos de especialización y empleo.

La corriente reformista que invade al Sistema Educativo español y a otros países del entorno, tienen en los ordenadores una de sus piezas angulares. Se pone de manifiesto la preocupación porque las asignaturas tradicionales no preparan a los escolares para la sociedad informatizada de nuestros días. Por ello se hace necesario la introducción en el currículo de materias que se refieran a los ordenadores, sus funciones y su empleo en el mundo actual; junto con estos conocimientos aparecen las materias transversales, educación para la salud, para el consumo, seguridad vial y otras de tipo social y cívico que pasan a formar parte de los nuevos currículos.

Junto a los cambios en la estructura de la Enseñanza Secundaria, encontramos en nuestra reforma un intento de conseguir una mayor democratización de la educación y de mejorar la calidad del Sistema Educativo.

Al analizar las tendencias encontramos en el horizonte la crisis económica y, por tanto, la escasez de recursos aplicados a la educación, y la caída de la

natalidad y, en consecuencia, de la escolaridad en los niveles primario y secundario. Estos esfuerzos democratizadores de la enseñanza no han tenido un desarrollo paralelo con el de los recursos económicos necesarios. Junto a estos dos problemas, cabe señalar también la cuestión de la integración, que ha sido defendida en nombre de la democratización de la Enseñanza Secundaria. En el porvenir, sin embargo, se aprecia un movimiento contrario a la integración y no por una corriente antidemocrática, sino por una fuerte exigencia de especialización del mercado de trabajo moderno, que precisa de poca mano de obra pero muy especializada, sin olvidar el deseo de ajustar la enseñanza a los intereses particulares de los alumnos. Combinar la respuesta a esta necesidad económica con el ofrecimiento de una educación común a la población escolar, va a suponer una tarea política laboriosa y de difícil predicción.

Los problemas de la Reforma están, en gran medida, relacionados con las cuestiones anteriores y con la falta de información de lo que es y supone la misma. Cuestión que no sólo es aplicable al profesorado, sino también a toda la sociedad. Cualquier cambio en el Sistema Educativo afecta a las valoraciones y enfoques de los diferentes sectores sociales, aunque especialmente al de profesores y familias. La falta de información es aplicable a todos los sectores que, directa o indirectamente, se conectan con el Sistema Educativo, por ejemplo, la Universidad. El paso del alumnado de enseñanzas medias a la Universidad puede chocar con el enfoque de la Reforma, ya que en ésta se acentúan aspectos más formativos y constructivistas del conocimiento matemático, lo mismo que el énfasis en las actitudes y valores contrapuestos con el enfoque de las prácticas educativas en la Universidad.

## Referencias

- Biehler, R. et al. (Eds.) (1994). *Didactics of mathematics as a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer.
- BOE (2001a). *Real Decreto 3473/2000, de 29 de Diciembre*, por el que se modifica el Real Decreto 1007/1991 de 14 de junio, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria (BOE, núm. 14, de 16 de enero de 2001).
- BOE (2001b). *Real Decreto 3474/2000, de 29 de Diciembre*, por el que se modifican el Real Decreto 1700/1991, de 29 de Noviembre, por el que se establece la estructura del Bachillerato, y Real Decreto 1178/1992, de 2 de Octubre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del Bachillerato (BOE núm. 14 de 16 de enero de 2001).
- Cañón, C. (1993). *La matemática creación y descubrimiento*. Madrid: Publicaciones de la Universidad Pontificia Comillas.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

- Davis, P. J. y Hersh, R. (1988). *Experiencia matemática*. Madrid: MEC-Labor. (Título original: *The Mathematical Experience*. Boston: Birkhäuser, 1982).
- Ernest, P. (1989). *The impact of beliefs on teaching of Mathematics*. En A. Bishop et al. (Eds.), *Mathematics, education and society* (pp. 99-101). París: UNESCO.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of Mathematics Education*. London: Falmer Press.
- Ernest, P. (1994). *The philosophy of mathematics and the didactics of mathematics*. En R. Biehler et al. (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp. 335-349). Dordrecht: Kluwer.
- Ernest, P. (1998). *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*. En C. Alsina et al. (Eds.): *Selected Lectures*. ICME 8, 1996, (pp. 153-171). Sevilla: S.A.E.M. THALES.
- Kitcher, P. (1984). *The Nature of Mathematical Knowledge*. Oxford: Oxford University Press.
- Lakatos, I. (1978) *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático*. Madrid: Alianza Universidad (Traducción al castellano de: *Proofs and Refutations - The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge: University Press, 1976).
- Lakatos, I. (1981). *Matemáticas, ciencia y epistemología*. Madrid: Alianza.
- MEC (1989). *Diseño Curricular Base. Educación Secundaria Obligatoria. Área de Matemáticas*. Madrid: Servicio de publicaciones del MEC.
- Moreno, L. y Waldegg, G. (1992). Constructivismo y Educación Matemática. *Educación Matemática*, 4 (2), 7-15.
- Popper, K. R. (1974). *Conocimiento objetivo*. Madrid: Tecnos (versión castellana: *Objective knowledge*. Oxford: Oxford University Press, 1972).
- Restivo, S.: (1992). *Mathematics in Society and History*. Dordrecht: Kluwer A. P.
- Romberg, T. A. (1991). Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas. *Revista de Educación*, 294, 323-406.
- Tymozcko, T. (1986) *New Directions in the Philosophy of Mathematics*. Boston: Birkhäuser.
- Wilder, R. L. (1981). *Mathematics as a cultural system*. Oxford: Pergamon Press.
- Wittgenstein, L. (1987). *Observaciones sobre los fundamentos de la matemática*. Madrid: Alianza Editorial. Versión en castellano de: *Remarks on the foundation of Mathematics* (1979). Cambridge, MA: MIT Press.

MARTÍN M. SOCAS ROBAYNA  
MATÍAS CAMACHO MACHÍN  
DEPARTAMENTO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO  
UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA, ESPAÑA