INFORMACIÓN INTERNACIONAL

La Esquina Olímpica

Rafael Sánchez Lamoneda

En esta oportunidad reseñaremos la actividad olímpica de todo el año 2005. Como ya es tradición participamos en la 46^a Olimpiada Internacional de Matemáticas, IMO, celebrada en Mérida, México, del 8 al 19 de Julio, la VII Olimpiada Matemática de Centroamérica y El Caribe, San Salvador del 18 al 24 de Junio y la XX Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas, OIM, celebrada en Cartagena, Colombia, del 24 de Septiembre al 1 de Octubre. También participamos en la Olimpiada Bolivariana de Matemáticas y la Olimpiada Matemática de Mayo. En todas estas competencias ganamos premios, y ya estamos trabajando para las olimpiadas del 2006.

En esta nota quiero dar la bienvenida a dos nuevas profesoras, Silvina María de Jesús y Laura Vielma, las cuales han trabajado en los entrenamientos de este año con mucha dedicación, asícomo también al grupo de profesores de la Escuela de Matemáticas de la Universidad de Carabobo, coordinados por Angel Sánchez. Este grupo se une a los veteranos de Maracaibo, Barquisimeto y Caracas. Las puertas están abiertas para todos los colegas que deseen colaborar con este programa.

Delegaciones y premios obtenidos en la IMO, la OIM y la OMCC en el año 2005.

46^a **IMO**

Roland Hablutzel. Mención Honorífica.

Leonardo Urbina .

Adolfo Rodríguez. Tutor de delegación. UCV.

Rafael Sánchez. Jefe de delegación. UCV.

XX OIM

Leonardo Urbina. Medalla de Plata.

Roland Hablutzel. Medalla de Bronce.

Víctor Villamizar.

Rafael Guédez.

Héctor Chang. Tutor de la delegación. USB.

Henry Martínez. Jefe de la delegación. UPEL-IPC.

VII OMCC

Sofía Taylor. Medalla de Bronce.

Carmela Acevedo. Mención Honorífica.

Isabel Clemente.

Laura Vielma. Tutor de la delegación. Academia Washington.

Silvina María de Jesús. Jefe de la delegación. UPEL-IPC.

En la Olimpiada Bolivariana de Matemáticas y la Olimpiada de Mayo también obtuvimos premios, pero la lista de ganadores es muy grande y queremos dejar espacio para los problemas de algunas de las competencias del 2005, sin embargo destacamos los premios obtenidos: Una medalla de oro, una de plata, 8 de bronce y 6 menciones honoríficas en la Olimpiada de Mayo y tres medallas de plata, dos de bronce y dos menciones honoríficas en la Olimpiada Bolivariana, para un total de 28 premios en el año 2005.

Como siempre finalizamos con algunos de los problemas de las competencias a las cuales asistimos. En esta oportunidad les mostramos los exámenes de la IMO 2005. Como en todas estas competencias, cada problema vale 7 puntos y el tiempo de duración de cada prueba es de 4 horas y media.

46ª Olimpiada Internacional de Matemáticas

Primer día

Mérida, México, miércoles 13 de julio de 2005

Problema 1. Se eligen seis puntos en los lados de un triángulo equilátero ABC: A_1 y A_2 en BC, B_1 y B_2 en CA, C_1 y C_2 en AB. Estos puntos son los vértices de un hexágono convexo $A_1A_2B_1B_2C_1C_2$ cuyos lados son todos iguales. Demuestre que las rectas A_1B_2, B_1C_2 y C_1A_2 son concurrentes.

Problema 2. Sea $a_1, a_2, \ldots$ una sucesión de enteros que tiene infinitos términos positivos e infinitos términos negativos. Supongamos que para cada entero positivo n, los números $a_1, a_2, \ldots, a_n$ tienen n restos distintos al ser divididos entre n. Demuestre que cada entero se encuentra exactamente una vez en la sucesión.

Problema 3. Sean x, y, z números reales positivos tales que $xyz \geq 1$. Demuestre que

$$\frac{x^5 - x^2}{x^5 + y^2 + z^2} + \frac{y^5 - y^2}{y^5 + z^2 + x^2} + \frac{z^5 - z^2}{z^5 + x^2 + y^2} \geq 0.$$

46$^{\text{a}}$ Olimpiada Internacional de Matemáticas

Segundo día

Mérida, México, jueves 14 de julio de 2005

Problema 4. Consideremos la sucesión infinita $a_1, a_2, \ldots$ definida por

$$a_n = 2^n + 3^n + 6^n - 1 \quad (n = 1, 2, \ldots).$$

Determine todos los enteros positivos que son primos relativos (coprimos) con todos los términos de la sucesión.

Problema 5. Sea $ABCD$ un cuadrilátero convexo que tiene los lados BC y AD iguales y no paralelos. Sean E y F puntos en los lados BC y AD, respectivamente, que son distintos de los vértices y satisfacen $BE = DF$. Las rectas AC y BD se cortan en P, las rectas BD y EF se cortan en Q, las rectas EF y AC se cortan en R. Consideremos todos los triángulos PQR que se forman cuando E y F varían. Demuestre que las circunferencias circunscritas a esos triángulos tienen en común otro punto además de P.

Problema 6. En una competencia de matemáticas se propusieron 6 problemas a los estudiantes. Cada par de problemas fue resuelto por más de $\frac{2}{5}$ de los estudiantes. Nadie resolvió los 6 problemas. Demuestre que hay al menos 2 estudiantes tales que cada uno tiene exactamente 5 problemas resueltos.

Escuela de Matemáticas
Universidad Central de Venezuela,
Venezuela
rsanchez@euler.ciens.ucv.ve