

## DIVULGACIÓN MATEMÁTICA

# Sophus Lie: un matemático visionario

Verónica Martín<sup>1</sup>, Juan Núñez<sup>1</sup> y Ángel F. Tenorio<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Geometría y Topología.

Facultad de Matemáticas. Universidad de Sevilla.

Apto. 1160. 41080-Sevilla (Spain).

<sup>2</sup>Dpto. de Economía, Métodos Cuantitativos e H.<sup>a</sup> Económica.

Escuela Politécnica Superior. Universidad Pablo de Olavide.

Ctra. Utrera km. 1, 41013-Sevilla (Spain).

E-mail: veronicamartinmolina@gmail.com, jnvaldes@us.es, aftenorio@upo.es

### Resumen

A diferencia de una mera exposición de datos puramente biográficos, este artículo pretende dar a conocer a cualquier persona en general, y a los matemáticos y científicos en particular, aquellas anécdotas menos conocidas, leyendas más o menos ajustadas a la realidad, correspondencia enviada y recibida, y sobre todo, opiniones de otras personas sobre la vida y obra de Sophus Lie.

### Abstract

Unlike a typical and traditional biography, the goal of this paper consists in showing those more or less unknown but true stories, letters and above all, other people's opinions about Sophus Lie's research and life.

## Introducción

Pregúntesele a cualquier persona, o incluso si se desea, y por elevar algo el nivel de exigencia, a cualquier científico (sea o no matemático), por el nombre de los dos o tres matemáticos más importantes a lo largo de la historia, y de seguro que las respuestas recibidas no diferirán mucho de las siguientes: Pitágoras, Gauss, Euler o, a lo sumo, Newton o Leibniz.

Sin embargo, han existido obviamente muchísimos otros matemáticos cuya importancia en orden a sus descubrimientos, tanto por estos mismos como por su aplicación a otras ciencias, no desmerecen de los anteriores, si bien es cierto que no lograron despertar la misma fascinación en el público en general que los anteriormente citados.

Pues bien, el objetivo principal del presente trabajo va dirigido a realzar los méritos de, precisamente, uno de los más desconocidos de entre los menos habituales: Sophus Lie, del cual el mismísimo Albert Einstein llegó a afirmar que “*sin sus descubrimientos (los de Lie) no habría sido posible el nacimiento de la Teoría de la Relatividad*” [2].

En cualquier caso, este trabajo no ambiciona ser una biografía de este matemático. De hecho, ya existen en la literatura muy buenas y completas biografías sobre Sophus Lie (véanse [3, 6, 7] o [8], por ejemplo, de donde se han extraído la mayor parte de las citas de este artículo).

Lo que en realidad pretende este trabajo es dar a conocer al público en general, y a los matemáticos y científicos en particular, aquellos aspectos que jalonan la vida de Sophus Lie y que pueden considerarse más reservados y de aparentemente menor relevancia que los puramente biográficos. Para ello, se recurrirá a la exposición de anécdotas poco conocidas, leyendas más o menos ajustadas a la realidad, correspondencia enviada y recibida, y sobre todo, opiniones de otras personas sobre su persona.

En su época, Sophus Lie era considerado por casi todos como el arquetipo de personaje de un drama teatral, el prototipo de rubio nórdico. Era conocido en toda Europa como el gran gigante germano, una fuerza primordial, un titán lleno de ansias de vivir con objetivos audaces y una fuerza de voluntad indomable. Era descrito como altamente comprometido e innovador, alguien con la resistencia necesaria para superar la mayoría de los obstáculos, pero también como un hombre que más tarde tendría que pagar por todo esto con bruscos cambios de humor y temperamento.

Todo el que lo conoció tenía algo que decir de este gran hombre que abrió nuevos campos de investigación en las Matemáticas, y cada uno intentó popularizar su propia versión, acompañándola de historias y anécdotas variadas, gracias a las cuales, Lie se había convertido en el centro de las conversaciones de sus amigos, mucho tiempo antes de ser reconocido mundialmente.

¿Qué cuentan estas historias exactamente? ¿Qué sabemos con seguridad? ¿Qué es imaginario y qué es real? A continuación, y respondiendo al objetivo señalado, se ofrecen algunas de estas anécdotas, acompañadas de citas, cartas, fotos y opiniones de familiares, amigos y otros matemáticos de su tiempo.

Sin embargo, antes de ello nos gustaría responder previamente a una pregunta que puede surgir de manera natural tras la lectura de los párrafos anteriores: ¿por qué dedicarle este artículo precisamente a Sophus Lie?

Nuestra respuesta se fundamenta en varias razones. En primer lugar y como ya se ha indicado anteriormente, entendemos que la enorme trascendencia de la obra de Lie, tanto sobre los fundamentos de la Matemática actual como por su extensa aplicación a otras ciencias (tales como Física e Ingenierías, por ejemplo), le hacen merecedor de ser un poco más conocido por el público en general. Como una muestra de la aplicación del trabajo de Lie a la Física Moderna,

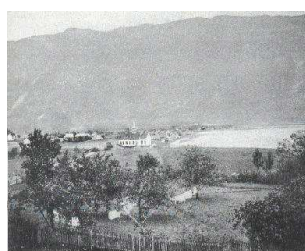
queremos destacar que los grupos y las álgebras de Lie son actualmente muy utilizados como herramientas en el estudio de las simetrías, no sólo de las clásicas y habituales en el espacio-tiempo, sino en las nuevas asociadas con los grados de libertad interna de las partículas y de los campos, así como también en la moderna teoría de las super-cuerdas.

En segundo lugar, la devoción particular de dos de los autores de este texto por este matemático, tras la realización de sus respectivas Tesis Doctorales sobre álgebras de Lie, que les llevó primero a bucear en su vida y en su obra, como paso previo al estudio de su teoría. Esto, junto con la admiración que la figura de Lie también despertó en el tercer autor tras la lectura de una de sus biografías, es lo que nos ha llevado a escribir sobre él y a tratar de investigar sobre aquellos episodios de su vida más desconocidos y difíciles por tanto de encontrar en las biografías ya escritas.

Estos han sido por tanto los motivos que nos han llevado a escribir este trabajo, que aparece adornado por una pequeña colección de fotografías no muy conocidas, cuyo contenido hemos considerado oportuno estructurar de la siguiente forma: tras esta introducción, siguen tres breves secciones: la primera, dedicada a la infancia de Lie en Nordfjordeid, su pueblo natal, y dos más, en las que se tratan algunos aspectos de los estudios previos y universitarios de Lie. Se dedican después dos secciones, ya algo más extensas, a recordar cómo Lie encontró su verdadera vocación y cómo desarrolló su labor profesional, tanto docente como investigadora. Finalmente, en un epílogo del trabajo, se muestran algunas opiniones de destacados matemáticos sobre quien, junto con Niels Henrik Abel (1802 - 1829), han sido los dos más preclaros matemáticos que el pueblo noruego ha donado a la posteridad.

## 1 1842-1851: Infancia en Nordfjordeid

Marius Sophus Lie (en adelante, Lie) nació el 17 de diciembre de 1842 en la vicaría de Eid, en Nordfjordeid, Noruega. Su padre, Johan Herman Lie, era un pastor protestante y su madre, Mette Maren (nacida Stabell) era altamente considerada por todos gracias a su trabajo en la granja de la vicaría.



*A la izquierda, una panorámica de Eid en Nordfjordeid alrededor de 1885, vista desde la vicaría.*

*A la derecha, Johan Herman Lie, vicario desde 1836 hasta 1851, y padre de Sophus Lie.*

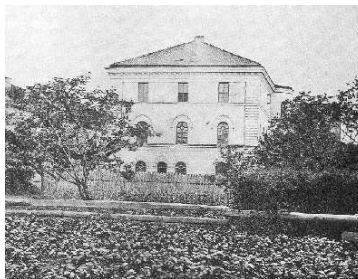


Lie pasó su infancia en esta pequeña aldea en compañía de sus tres hermanos y tres hermanas (Fredrik Gill, Mathilde, Laura, Dorothea, John Herman

y Ludvig Adler) hasta que su familia se mudó a Moss, donde su madre y su hermano pequeño murieron no mucho después y su padre permaneció hasta su fallecimiento 22 años más tarde.

## 2 1852-1859: Moss y Christiania

Lie estudió en la escuela comunal de la ciudad de Moss (Realskole) hasta los 15 años, cuando ingresó en la Nissen's Private Latin School de Christiania (actual Oslo, desde 1924). Allí conoció a Ernst Motzfeldt, de su misma edad, que se convirtió en un amigo fiel y que sería para él de gran ayuda a lo largo de toda su vida (a la derecha, la escuela Nissen).



Lie estaba interesado en ejercer la carrera militar, como su hermano John Herman, pero problemas de visión le hicieron abandonar esa idea. También dudó durante un tiempo entre estudiar Ciencias o Letras, hasta que se decidió a entrar, en 1859, en la Royal Fredrik's University de Christiania para estudiar Matemáticas y Ciencias.

## 3 1859-1865: Universidad de Christiania

Muchos de sus compañeros tienen historias que contar sobre su tiempo en la Universidad. Uno de los amigos de Lie en esa época, Armauer Hansen, escribió años después sus memorias, en las que habló sobre sus años de estudiante y sus experiencias junto con Sophus Lie y Ernst Motzfeldt. Los tres estudiantes solían relajarse haciendo ejercicio en las anillas del gimnasio. En una ocasión, Lie estaba ejecutando una acrobacia en ellas cuando se soltó demasiado tarde y cayó de espaldas más allá de la colchoneta. Cuando vio que sus dos amigos se estaban riendo de la cómica expresión que mostraba su cara, se enfadó y comenzó a re-primarlos. Sin embargo, a mitad de su discurso paró y dijo, casi como si hablase para sí mismo: *¡Es extraño, porque hasta había calculado precisamente cuándo debía soltarme!* [8, p. 82].



Lie vivió en un tiempo en el que muchos estudiantes eran ávidos gimnastas y deportistas. Él y sus amigos solían dar largas caminatas por las colinas Nordmarka detrás de Christiania. Lie era especialmente conocido por su fuerza y

resistencia, que hacían que fuese a pie hasta Moss (a unos 58 Km.) para visitar a su familia. Una historia en particular cuenta que en una ocasión fue hasta Moss a recoger un libro y, sin ni siquiera saludar a su padre, que había salido, volvió a Christiania en el mismo día. Su último año como estudiante, 1865, parece que fue especialmente difícil para él. No estaba cómodo con las asignaturas de esa parte de sus estudios y además sufría de insomnio y depresión. Armauer Hansen pensaba que Sophus Lie habría sucumbido completamente si no hubiese sido por la ayuda de Ernst Motzfeldt, que solía llevarlo a dar largas caminatas por los alrededores de Christiania para cansarlo y que así pudiese dormir mejor. Sin embargo, Sophus Lie no era fácil de cansar.

#### 4 1865-1869: La búsqueda de una vocación

En otoño de 1865, Lie obtuvo su diploma de licenciado en Ciencias, sin haber mostrado especial habilidad o inclinación por las Matemáticas. Vivió durante un tiempo dando clases particulares a otros estudiantes mientras que decidía su camino a seguir, al tiempo que también daba clases de astronomía. Esta falta de vocación supuso para él un gran problema y cuando fue a Moss en diciembre de 1865 lo hizo muy deprimido.

Su amigo Motzfeldt pensó que este abatimiento estaba ligado a no haber obtenido la máxima nota en los últimos exámenes. Aunque esto jugó un papel importante en su depresión, no hay duda de que hubo otros factores, como la imposibilidad de entrar en el ejército por problemas físicos. Está claro que, de todas formas, el estado mental de Lie era mucho peor de lo que Motzfeldt creía. Prueba de ello es que, después de tres meses, Lie respondió a una carta de Motzfeldt incluyendo las siguientes líneas [8, p. 95]:

*“Cuando te dije adiós antes de Navidad, lo hice pensando que sería para siempre, pues tenía la intención de suicidarme. Pero no tengo la fuerza para hacerlo. Así que, en consecuencia, tengo otra oportunidad para intentar vivir”.*

Este periodo de incertidumbre duró hasta el verano de 1866, que pasó con su hermana mayor Matilde (la cual estaba casada con el médico Fredrik Vogt) en Tvedestrand, donde era conocido por sus escapadas. De hecho, se decía que una expresión que las madres utilizaban para amenazar a sus hijos era: *“Pórtate bien o Sophus Lie vendrá por ti”.*

En otoño de ese año Lie volvió a Christiania, donde intentó obtener el puesto de ayudante de profesor en el Observatorio de Astronomía y después dio clases de Astronomía y Matemáticas. Años más tarde Lie escribió las siguientes líneas sobre sus recuerdos de esta época:

*“Nunca se me hubiese ocurrido acabar envuelto en el trabajo de investigador original. Sobre todo, estaba pensando en mejorar la pedagogía matemática. Estaba preocupado considerablemente por eso”.*

Fue en 1868 cuando leyó las obras de los geómetras Poncelet y Plücker (los fundadores, con Möbius, de la Geometría Proyectiva) y sus ideas lo inspiraron para dedicarse a la investigación en Geometría. El otoño de ese año trabajó duro leyendo los volúmenes de revistas matemáticas que venían de París y Berlín.

Lie publicó su primer trabajo en el *Crelle's Journal* de Berlín en 1869 [4], que tuvo que pagar de su propio bolsillo. Como anécdota al respecto, cabe decir que Lie lo había escrito basándose en una idea de Plücker que le había llamado particularmente la atención y que lo presentó previamente ante la Asociación de Estudiantes de Ciencia. El mismo Ernst Motzfeldt fue quien prestó a Lie el dinero necesario para la publicación. Además, a petición del Profesor Ole Jacob Broch, el trabajo fue traducido al alemán para poder ser publicado en el extranjero.

Posteriormente, una versión ampliada de este trabajo fue publicada en los *Proceedings de la Academia de Ciencias*, lo que le valió una beca del Estado para salir de Noruega y viajar al extranjero. Es conveniente también notar que esta versión ampliada contenía ideas revolucionarias para la época, desde el punto de vista matemático, que no fueron aceptadas por algunos matemáticos de su tiempo. Incluso la Academia de Ciencias de Christiania tuvo sus dudas a la hora de publicarlo. Para intentar arreglar esta situación, Lie llegó a escribirles cartas a dos matemáticos prusianos, Carl Theodor Reye y Alfred Clebsch, pidiéndoles que se le reconocieran sus ideas.

Algún tiempo después de esto, Reye reconoció que el tratamiento que Lie le daba a los números imaginarios era extremadamente interesante y se sorprendió de que Lie hubiese producido con un nuevo y simple principio lo que él mismo había tratado en la segunda parte de su renombrada obra *Geometrie der Lage* (Reye publicó su primer volumen en 1866 y este segundo en 1868). De hecho, Reye le facilitó a Lie una copia de esta obra con la siguiente dedicatoria elogiosa [8, p. 126] : *“Tú, con tu teoría de imaginarios, has hecho un feliz descubrimiento”.*

## 5 Periodo 1869-1886

Lie pasó el invierno de 1869–1870 en Berlín, donde conoció a un alumno de Plücker, Felix Klein, con el que trabó una enorme amistad. Lie y Klein trabajaron juntos, intercambiaron ideas y es indudable que este intercambio fue fructífero para ambos.

En el verano de 1870 los dos viajaron juntos a París, donde conocieron a Camille Jordan y a Gaston Darboux, este último de la misma edad que Lie y el primero cuatro años mayor; se trataba de dos glorias de la ciencia francesa.

Fue en París donde Sophus Lie hizo uno de sus más hermosos descubrimientos: la célebre *transformación* que lleva su nombre. Este descubrimiento suscitó la admiración de todos los geómetras y bastaría por sí solo para inmortalizar su nombre.

Al declararse la guerra franco-alemana, Klein tuvo que volver rápidamente a Berlín. Sophus Lie permaneció en Francia y maduró el proyecto de ir a pie hasta Italia atravesando toda Francia. Desgraciadamente, no llegó más allá de Fontainebleau (a poco más de 50 Km. de París) cuando fue detenido por los franceses como sospechoso de ser espía alemán.

Varias historias circularon sobre el cómo y por qué de este incidente. Se decía que Lie solía hablar solo mientras caminaba y que cualquiera podía comprobar que no era en francés. Otros dicen que, además, solía hacer esbozos del paisaje en su cuaderno y que estaba sentado y dibujando las defensas francesas cuando fue detenido. Además, los símbolos matemáticos fueron tomados por códigos secretos. Lie intentó demostrar su inocencia mostrando su pasaporte noruego y explicando los símbolos y expresiones matemáticas de su cuaderno de la forma más simple que pudo, todo ello en vano. En cualquier caso, en los titulares de los periódicos noruegos apareció: "*Científico noruego encarcelado por ser espía alemán*", lo que hizo que su nombre fuese conocido en toda Noruega.

A consecuencia de esta detención, Lie tuvo que pasar cuatro semanas en la prisión de Fontainebleau. Se cuenta que cuando Lie le preguntó a uno de los guardias qué hacían con sus prisioneros, se dice que éste le respondió [8, p. 146]: "*les disparamos a las seis de la mañana*". Lie logró salir de la prisión gracias a la intervención de Darboux, que se presentó en la prisión con una carta del Ministro del Interior, el todopoderoso Gambetta, autorizando su liberación. El propio Lie contó más tarde que su estancia en prisión le dio la paz necesaria para meditar y trabajar con toda tranquilidad.

Cuando Lie fue liberado se dirigió en tren a Italia, a donde llegó sin inconvenientes y volvió a Christiania pasando por Suiza y Alemania. A su llegada, Lie se mostró dispuesto a contar sus experiencias y, de ese tiempo en adelante, fue vox populi que siempre había una anécdota relacionada con él.

En 1871, la Universidad de Christiania le otorgó una beca de investigación para la obtención del doctorado en ciencias. Como el estipendio no era suficiente para vivir, Lie complementó su salario como profesor asistente de esa misma Universidad y también del Nissen's Private Latin School, su antiguo colegio. Se dio el caso, por tanto, de que Lie llegó a ser profesor simultáneo de los dos centros en los que él mismo había estudiado. Finalmente, se doctoró en julio de 1872 con un trabajo sobre una clase de transformaciones geométricas.

Tras defender su tesis, Lie enseñó durante un año en la Universidad de Lund, en Suecia, obteniendo posteriormente una cátedra que el Parlamento noruego había creado pensando expresamente en él, en 1872, en la Universidad de Christiania. Lie pudo entonces entregarse de lleno al desarrollo de sus ideas,

siendo constante su producción de memorias en este periodo. Un año más tarde, Lie recordaba su situación en la siguiente carta:

*“Yo, que casi siempre he tenido muy buena salud, me he debilitado debido a la enorme tensión de los últimos años. Esto alcanzó su cima el pasado verano pero, afortunadamente, el nombramiento de catedrático ha hecho posible vivir más sensatamente. Desde entonces, mi salud ha mejorado constantemente y espero tener pronto de vuelta mi vieja energía. No debes malentenderme; en toda mi vida nunca he estado verdaderamente enfermo, es que este último año empecé a estar un poco nervioso”.*

Otros hechos que sucedieron durante los dos primeros años del desempeño de su cátedra fueron la muerte de su padre, en 1873, en Moss, y su boda, en agosto de 1874, con Anna Sophie Birch (a la derecha) después de un largo periodo de compromiso. La madre de Anna era prima hermana de su célebre compatriota Abel. De hecho, Lie escribió a Anna lo siguiente [8, p. 183]:

*“No tienes concepción de la rara coincidencia que es para mí el que mi prometida sea un familiar cercano de Abel, mi gran, aunque inalcanzable, ideal.”*

Lie y su esposa tuvieron dos hijas, Marie (1877) y Dagny (1880), y un hijo, Herman (1884). A la derecha puede observarse un retrato de toda la familia.



Tanto Mayer como Klein escribieron a Lie para felicitarle por su compromiso. Mayer le escribió:

*“Mis más sentidas felicitaciones por tu compromiso. Verás que una nueva vida comienza cuando uno no puede permanecer solo durante más tiempo, pero otra se une a nuestra vida y nos llena el corazón tanto o más que el Intelecto llena el Estudio. Entonces uno obtiene el Sentido de la Vida apropiado, la Alegría de Vivir correcta”.*

Por su parte, Klein le escribió:

*“Me parece increíble que te me hayas adelantado. ¿Recuerdas la conversación que tuvimos en nuestra caminata de Nürnberg a Fuerth? En esa ocasión los dos estuvimos de acuerdo en que era una cosa muy bella el encontrar refugio en un buen hogar. Y, ahora que vas a hacer esto primero, me hace mucha más gracia porque yo solía*



*tener los mismos pensamientos rondando por la cabeza, y me decía a mí mismo: ¡No, señor, en esa condición no puedes trabajar, y Lie nunca lo permitiría! No puedo asegurar que siga tu ejemplo pronto, pero puedo decir con certeza que lo haré algún día”.*

Lie también deseaba reunir en una gran obra los resultados de sus investigaciones anteriores, especialmente las referidas a la teoría de grupos. Sin embargo, él era consciente de no ser del todo reconocido por sus trabajos por parte del mundo matemático, lo que hacía que se sintiese a veces decepcionado por esta falta de reconocimiento. Algunos autores han intentado explicar esta situación basándose en el hecho de que sus artículos estuviesen escritos en noruego, o también en que no usaba el lenguaje analítico aceptado por entonces o bien, ciertamente, porque sus artículos no fuesen fácilmente comprensibles al exceder mucho la intuición geométrica de Lie a la de otros matemáticos.

En 1884, Klein tuvo la feliz idea de enviar a Christiania para ayudar a Lie en la redacción de sus trabajos a uno de los discípulos de A. Mayer y suyo propio, Friedrich Engel, que se había doctorado en Leipzig un año antes. La colaboración entre Lie y Engel duró nueve meses y fue descrita en múltiples ocasiones por este último [8, p. 312]:

*“Cuando lo conocí, Lie estaba en la cima de sus poderes, era una presencia gigantesca y puramente germánica que daba la impresión de una fuerza física inusual y de resistencia. La verdad es que todavía era famoso entre sus compatriotas por ser senderista, pero hay que señalar que en la Noruega de esa época era más comprensible evaluar al senderista que al matemático. [...]*

*Su manera era directa y abierta, y era opuesto a cualquier pretensión, de forma que inspiraba confianza inmediatamente. Desde el primer momento uno sentía que debía ser abierto con él, que se presentaba a sí mismo exactamente como era. Era completamente directo y franco en sus opiniones sobre gente para la que no guardaba ninguna simpatía. Sobre todo, odiaba cualquier indicio de intriga y tenía una gran propensión para descubrirlas. [...]*

*El objetivo de mi viaje era doble: por una parte, debía sumergirme en las teorías de Lie bajo su guía, y, por otra, debía ejercer cierta presión sobre él para que continuara con su trabajo de presentar de forma más coherente algunas de sus mejores teorías, con lo que debería ayudarle”.*

Lie también tenía una opinión muy positiva de Engel, llegando a referirse así sobre él en una de sus cartas a Klein [8, p. 314]:

*“Estoy bastante de acuerdo contigo y con Mayer en que Engel tiene mucho talento. Piensa de forma científica, y al mismo tiempo posee originalidad”.*

## 6 Periodo 1886-1898



A la izquierda la primera página del *Ny illustreret Tidende* (periódico de Christiania) en ocasión de la partida de Lie hacia Leipzig.

El dibujo fue realizado por H.G. Olsen y la historia (sin firmar) había sido escrita por Armund Helland.

Engel y Lie volverían a encontrarse en 1886, cuando Lie fue llamado por la Universidad de Leipzig para suceder a Klein, que había sido nombrado profesor de la Universidad de Göttingen. El propio Klein, que había seguido manteniendo correspondencia con Lie a lo largo de los años, le animó para que aceptara el puesto y éste le hizo caso. Lie se sintió particularmente feliz y orgulloso de ver llegar a Leipzig a una serie de jóvenes alumnos de la Escuela Normal Superior enviados por su director, Jules Tannery, para estudiar la teoría de grupos con una de las autoridades en la materia (el propio Lie llegó a afirmar [8, p. 104] “*Yo creo que la Teoría de Grupos llegará a tener gran importancia*”).

Aunque los doce años que Lie pasó en Leipzig como profesor de la Universidad fueron de los más prolíficos de su carrera, hay que indicar que durante esa etapa no fue del todo feliz. Tuvo algunos problemas con sus compañeros que no llegaron a resolverse, pues buena parte del conflicto fue que Lie trabajó en campos que otros no conseguían llegar a ver. Por otra parte, sufría de la ansiedad de ser incomprendido y utilizado. Las desavenencias le causaban ansiedad y todas estas experiencias afectaron a su ego. Taciturno, apático y profundamente deprimido fue admitido en una clínica psiquiátrica cerca de Hannover en 1889, donde permaneció siete meses. Esta dualidad en su visión de Leipzig puede apreciarse en la carta que escribió a Ernst Motzfeldt después de salir de la clínica, en el verano de 1890 [8, p. 350]:

*“Querido Ernst:*

*Finalmente tengo la oportunidad de darte un poco de información sobre la razón de mi seria enfermedad de los nervios, la cual aún padezco de vez en cuando. [...]*

*Creo que ha sido desafortunado el haber aceptado este puesto tentador en Leipzig, aunque durante estos años he conseguido una cantidad extraordinaria de victorias científicas y avances. [...]*

*Los médicos dicen que sufro de melancolía, que es una débil expresión de la terrible condición mental en la que me encuentro”.*

A su salida de la clínica, Sophus Lie volvió gradualmente a su trabajo matemático. Sin embargo, tanto sus amigos como colegas en Alemania creyeron ver grandes cambios en su actitud y temperamento. De hecho, Lie empezó a acusar a otros de usar y prácticamente robar sus ideas.

En 1892 Lie fue a pasar seis meses en París, donde se interesó por las investigaciones que los jóvenes matemáticos franceses dedicaban a la teoría de grupos. Se lo podía ver a menudo con ellos alrededor de una mesa del Café de la Source, en el boulevard Saint-Michel y no era raro que el mármol blanco de la mesa se cubriera de fórmulas a lápiz que el maestro escribía para ilustrar la exposición de sus ideas. La indiferencia con que sus primeros trabajos habían sido recibidos por los matemáticos, se podría decir inclusive que habían sido ignorados, se había tornado por entonces en admiración: la mayor parte de las grandes Academias, excepto la de Berlín, anhelaban contarle entre sus miembros. Durante su estancia en París, el 7 de junio de 1892 la Academia de Ciencias de París lo nombró miembro de la sección de Geometría.

Fue también en ese año cuando Lie cortó con casi todos sus contactos en Alemania, incluida su estrecha relación con Engel. Su amistad de por vida con Klein también se rompió y al año siguiente Lie lo atacó públicamente diciendo [5]:

*“No soy discípulo de Klein y tampoco es cierto lo contrario, aunque quizás esto último esté más cerca de la verdad”.*

Klein nunca llegó a responder a esa frase; pero tras su muerte, su esposa le escribió una carta al matemático noruego William Henry Young en la que le explicaba lo sucedido a este respecto. En el siguiente fragmento que se reproduce de la misma puede leerse (texto original en [9], traducido al castellano en [7]):

*“La relación de mi marido con Lie fue una íntima amistad tanto en el aspecto personal como en el matemático. Además, duró hasta mucho después, cuando él nos visitó en Leipzig. Yo también le apreciaba, el poderoso hombre del Norte de mirada abierta y franca y sonrisa alegre, un héroe en cuya presencia lo común y lo mediano no se atrevían a hacer presencia. Luego, él llegó a ser el sucesor de mi marido en Leipzig, y allí le atrapó la nostalgia. ¡Qué bien comprendí yo eso! Él, un hombre libre, acostumbrado a su rudo pero hermoso hogar del norte, ¿cómo podía permanecer en la gran ciudad humeante, de altas casas, de callejones estrechos y llenos de enclenque gente sajona? Él sufrió de melancolía, fue llevado a un*

*sanatorio, pero allí las cosas empeoraron, ya que sentía que le robaban su trabajo y su libertad. Allí, en su amargado estado mental, debió de ser cuando escribió esas cosas maliciosas que mi marido encontró dolorosas e incomprensibles. Pero pronto mi marido comprendió que su mejor amigo estaba enfermo y que no se le podía considerar responsable de sus actos. No fue sólo magnanimidad y bondad, sino que fue también sabiduría lo que mostró mi marido al no entrar en la polémica y dejar que las cosas sencillamente se calmaran. Él no estaba equivocado con su amigo. Una tarde de verano, cuando volvíamos a casa de una excursión, allí, delante de nuestra puerta, estaba sentado un hombre pálido y enfermo. ¡Lie!, exclamamos gratamente sorprendidos. Los dos amigos se dieron la mano, se miraron uno al otro a los ojos, todo lo que había pasado desde su último encuentro lo daban por olvidado. Lie se quedó un día con nosotros, el querido amigo, y ya había cambiado. Yo no puedo pensar en él y su trágico destino sin emocionarme. Poco después murió, pero no antes de que el gran matemático fuese recibido en Noruega como un rey”.*

En 1897, la Sociedad Físico-matemática de Kazan otorgó por primera vez el premio Lobatchevski, que fue creado en honor del primer matemático ruso que hizo una exposición sistemática de la geometría no euclidiana basada en la negación del postulado de Euclides. Este galardón tenía gran importancia y debía concederse cada cinco años al mejor libro publicado sobre geometría, en particular sobre geometría no euclidiana. Sobre la base de un informe de Felix Klein, muy interesante en sí mismo, el premio fue otorgado a Sophus Lie.

En septiembre de 1898, Sophus Lie volvió finalmente a Noruega para ocupar en Christiania una cátedra de teoría de grupos que su patria había fundado para él. Pero todo el mundo pudo ver que estaba muy enfermo. Sufría de anemia perniciosa, una enfermedad incurable de la sangre. Su salud fue empeorando rápidamente a lo largo de ese otoño, durante el que consiguió dar sus clases gracias a un gran esfuerzo. Murió el 18 de febrero de 1899 mientras dormía. Fue enterrado seis días después en el cementerio de Nuestro Salvador de Christiania después de un concurrido y solemne funeral en la Iglesia de la Sagrada Trinidad.

*Erik Werenskiöld hizo el esbozo de la derecha el día después de la muerte de Lie.*



## 7 Epílogo

*A la derecha, puede verse un esbozo de Gustav Lærum que acompañaba al obituario de Lie en Verdens Gang el 21 de febrero de 1899.*

Es de destacar que Lie es considerado uno de los matemáticos más prolíficos que han existido, a pesar de su corta vida. De hecho, el volumen de sus publicaciones es comparable incluso al de los propios Euler y Gauss, por ejemplo.



En 1921, Engel, con la colaboración de Heegaard, profesor de la Universidad de Christiania, comenzó la publicación de las Obras Completas de Lie, que comprenden seis grandes volúmenes llenos de abundantes notas y de varios extractos muy interesantes de la correspondencia de Lie con diferentes matemáticos extranjeros. Apenas terminado este hermoso monumento elevado a la gloria de Sophus Lie, se realizó en 1936 un Congreso Internacional que reunió en Oslo a un gran número de matemáticos de todos los países del mundo. En una de las sesiones de este congreso, en presencia de las más altas personalidades noruegas y en la gran sala de la Universidad, se inauguró un busto de Sophus Lie y uno de los delegados franceses rindió en su memoria el homenaje de la Escuela Normal Superior. Desde 1939, una réplica de este busto, donado por su hijo Herman, adorna la biblioteca científica de esta escuela.

*A la derecha, el busto creado por Elisabeth Steen que fue colocado en Eid durante el Memorial a Sophus Lie en 1992.*



El gran matemático francés Élie Cartan escribió en 1948 [1]:

*“El público culto conoce a los grandes novelistas, los grandes dramaturgos y los grandes músicos de Noruega, pero conoce menos las contribuciones de esta nación a las otras ramas de la actividad intelectual. La ciencia le debe en particular dos grandes matemáticos: el primero, Niels Henrik Abel, nacido en 1802 y muerto a los 27 años, dejó una obra de admirable profundidad; el segundo es Sophus Lie”.*

El matemático francés Jean Dieudonné dijo en 1974 [8, p. 376]:

*“La teoría de Lie está en proceso de convertirse en la parte más importante de las Matemáticas. Poco a poco se ha hecho obvio que las teorías más inesperadas, desde Aritmética hasta Física Cuántica, han venido a rodear este campo de Lie como a un gran eje gigante”.*

Sophus Lie proporcionó la fundación ideológica que, en gran medida, marcó el desarrollo de las Matemáticas modernas y de la construcción de modelos matemáticos. El método de Lie para resolver ecuaciones diferenciales fue importante para los cálculos inmersos en la Teoría General de la Relatividad de Einstein. La Teoría de Lie también fue indispensable para la formulación fundamental de las leyes naturales y del entendimiento de las estructuras internas del átomo. Cabe señalar que Sophus Lie ya había previsto este hecho en vida cuando dijo: *“Estoy seguro, absolutamente seguro de que estas teorías serán reconocidas como fundamentales en algún momento del futuro”.*

## Referencias

- [1] Cartan, E. Un Centenario: Sophus Lie. En F. de Lionnais (ed.) *Las grandes corrientes del pensamiento matemático*. EUDEBA, 1976.
- [2] Einstein, A. Geometrie und Erfahrung (Geometry and Experience). Discurso en la Academia Prusiana de Ciencias, Enero de 1921 (traducido al inglés en Einstein, A. *Sidelights on Relativity*. Dover, 1983).
- [3] Fritzsche, B. *Sophus Lie: A Sketch of his Life and Work*. Verlag, 1999.
- [4] Lie, S. Ueber eine Darstellung des Imaginären in der Geometrie. *Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelle's Journal)* **70** (1869), 346–353.
- [5] Lie, S. and Engel, F. *Theorie der Transformationsgruppen* Vol. 3. Leipzig, 1893.
- [6] Núñez, J. y Tenorio, A.F. (Consultar en Internet)  
<http://divulgamat.ehu.es/weborriak/Historia/MateOspetsuak/SophusLief1.asp>
- [7] Núñez J. y Tenorio A.F. Sophus Lie, *LA GACETA de la R.S.M.E.* **5** nº 1 (2002), 121-130.
- [8] Stubhaug, A. *The Mathematician Sophus Lie: It was the audacity of my thinking*. Springer, 2002.
- [9] Young, L. *Mathematicians and Their Times: History of Mathematics and Mathematicians of History*. North-Holland Publishing Company, 1981.