INFORMACIÓN NACIONAL

La Esquina Olímpica

Rafael Sánchez Lamoneda
Escuela de Matemáticas Facultad de Ciencias
Universidad Central de Venezuela
rsanchez@euler.ciens.ucv.ve

En esta oportunidad reseñaremos la actividad olímpica del primer semestre del año 2007. Se destacan los siguientes eventos, la realización de la Olimpiada Juvenil de Matemáticas, en la cual participaron 52.358 estudiantes de 21 estados, distribuidos entre los grados 7^o, 8^o y 9^o de Educación Básica y los años 1^o y 2^o de Educación Media y Diversificada. La Olimpiada tuvo tres certámenes, el Preliminar o Canguro Matemático, la Final Regional y la Final Nacional, esta última se realizó en la ciudad de Mérida los días 9 y 10 de Junio. También del 30 de Mayo al 9 de Junio tuvo lugar en la ciudad de Mérida la IX Olimpiada Matemática de Centroamérica y El Caribe, IX OMCC, y el Simposio en Geometría y Herramientas Informáticas para la Enseñanza de las Matemáticas, organizado dentro del marco de la IX OMCC. Ambos eventos tuvieron como sede la Facultad de Ciencias de la Universidad de Los Andes y su Departamento de Matemáticas. Además contamos con el apoyo de un grupo de colegas de las principales universidades del país. La Asociación Matemática Venezolana y la Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas, agradecen a todos los colegas e instituciones que hicieron posible la realización de estas actividades.

La delegación venezolana estuvo integrada por:

David Urdaneta. Maracaibo. Medalla de Bronce.

Estefanía Ordaz. Puerto La Cruz. Mención Honorífica

Cheryl Sánchez. Altos Mirandinos

Angel López. Tutor de Delegación. Universidad de Carabobo.

Eduardo Sarabia. Jefe de Delegación. UPEL-IPC.

El tercer evento a reseñar es la 48^a Olimpiada Internacional de Matemáticas realizada del 19 al 31 de Julio en Hanoi Vietnam. La delegación venezolana estuvo integrada por:

Sofía Taylor. Caracas. Mención Honorífica

Gilberto Urdaneta. Maracaibo.

Carmela Acevedo. Caracas.

Laura Vielma. Tutor de delegación. U. de Los Andes. Colombia.

Rafael Sánchez. Jefe de delegación. UCV.

Como siempre finalizamos con algunos de los problemas de las competencias a las cuales asistimos. En esta oportunidad les mostramos los exámenes de 48^a IMO. Cada examen tiene una duración de cuatro horas y media y el valor de cada problema es de 7 puntos.

48^{a} Olimpiada Internacional de Matemáticas

Primer día

Hanoi, Vietnam, 25 de Julio de 2007

Problema 1

Sean $a_1, a_2, \ldots, a_n$ números reales. Para cada i $(1 \leq i \leq n)$ se define

$$d_i = \max\{a_j : 1 \leq j \leq i\} - \min\{a_j : i \leq j \leq n\}$$

y sea

$$d = \max\{d_i : 1 \leq i \leq n\}.$$

(a) Demostrar que para cualesquiera números reales $x_1 \leq x_2 \leq \cdots \leq x_n$,

$$\max\{|x_i - a_i| : 1 \leq i \leq n\} \geq \frac{d}{2}. \qquad (*)$$

(b) Demostrar que existen números reales $x_1 \leq x_2 \leq \cdots \leq x_n$ para los cuales se cumple la igualdad en $(*)$.

Problema 2

Se consideran cinco puntos A, B, C, D y E tales que $ABCD$ es un paralelogramo y $BCED$ es un cuadrilátero cíclico y convexo. Sea ℓ una recta que pasa por A. Supongamos que ℓ corta al segmento DC en un punto interior F y a la recta BC en G. Supongamos también que $EF = EG = EC$.
Demostrar que ℓ es la bisectriz del ángulo DAB.

Problema 3

En una competencia de matemáticas algunos participantes son amigos. La amistad es siempre recíproca. Decimos que un grupo de participantes es una *clique* si dos cualesquiera de ellos son amigos. (En particular, cualquier grupo con menos de dos participantes es una clique). Al número de elementos de una clique se le llama *tamaño.* Se sabe que en esta competencia el mayor de los tamaños de las cliques es par.
Demostrar que los participantes pueden distribuirse en dos aulas, de manera que el mayor de los tamaños de las cliques contenidas en un aula sea igual al mayor de los tamaños de las cliques contenidas en la otra.

Segundo día

Hanoi, Vietnam, 26 de Julio de 2007

Problema 4

En un triángulo ABC la bisectriz del ángulo BCA corta a la circunferencia circunscrita en R ($R \neq C$), a la mediatriz de BC en P y a la mediatriz de AC en Q. El punto medio de BC es K y el punto medio de AC es L.
Demostrar que los triángulos RPK y RQL tienen áreas iguales.

Problema 5

Sean a y b enteros positivos tales que $4ab - 1$ divide a $(4a^2 - 1)^2$.
Demostrar que $a = b$.

Problema 6

Sea n un entero positivo. Se considera

$$S = \{(x, y, z) \ : \ x, y, z \in \{0, 1, \dots, n\}, \ x + y + z > 0\}$$

como un conjunto de $(n + 1)^3 - 1$ puntos en el espacio tridimensional.
Determinar el menor número posible de planos cuya unión contiene todos los puntos de S pero no incluye a $(0, 0, 0)$.