

## La enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas: una visión personal.\*

Rafael Sánchez Lamonedá

**Resumen.** Cada persona dedicada a las matemáticas tiene su opinión sobre cómo y por qué se debe enseñar. La palabra matemática, proviene del vocablo griego  $\mu\alpha\upsilon\theta\alpha\nu\epsilon\iota\nu$ , que significa *aprender*. Lo que hay que aprender. Eso puede explicar en un principio por qué en todas las épocas, los estudiantes han tenido que enfrentarse con las matemáticas y aprender de ellas lo mejor posible. Sin pretender ser exhaustivo sobre un tema tan discutido y amplio, en esta conferencia hablaré sobre matemáticas, su contenido, método y significado, para tratar de explicar mi punto de vista sobre su enseñanza y su aprendizaje.

**Abstract.** Every person engaged in Mathematics has an opinion about how and what should be taught. The word mathematics comes from the Greek word  $\mu\alpha\upsilon\theta\alpha\nu\epsilon\iota\nu$ , which means *learn*. What you need to learn. That may explain at first that in all ages, students have had to deal with mathematics and learn the best from it. Without being exhaustive on an issue as discussed and broad as this, in this paper I will talk about math, content, method and meaning, to try to explain my view of its teaching and learning.

### 1 Introducción

Sobre la enseñanza de las matemáticas se ha dicho y escrito mucho, y afortunadamente aún queda mucho por decir. La didáctica de las matemáticas es un campo vivo y se puede decir que, como en las matemáticas, hay muchos problemas abiertos. Ante todo aclaro al auditorio que yo no soy un experto en el tema, me dirijo a ustedes con solo el respaldo de mi experiencia como matemático y como profesor de matemáticas, especialmente en la universidad y en las Olimpiadas Matemáticas.

---

\*Conferencia pronunciada por el autor en La Asunción, Paraguay, 21 y 22 de septiembre, de 2010.

Quiero comenzar con dos preguntas:

- ¿Cómo hacer para educar matemáticamente bien al ciudadano de hoy y del mañana cercano?
- ¿Qué significa educar matemáticamente bien?

No tengo la pretensión de dar respuesta total y definitiva a estas dos preguntas y tampoco lo pretendo hacer desde la óptica particular de un profesor de escuela secundaria, pues no lo soy. Quiero si, llamar la atención sobre estos dos aspectos, pues creo que son importantes como reflexión que debe hacer un matemático, y por matemático, me refiero en un sentido amplio, no solo a quién hace investigación en matemáticas.

En líneas generales pienso que un matemático tiene tres tareas por delante, puede que haga las tres, o solo una de ellas:

- Conocer y aplicar las matemáticas.
- Investigar.
- Enseñar.

Creo que estas tres tareas las menciono influenciado por tres preguntas que a uno, como matemático, le hacen con frecuencia:

- ¿Para qué sirven las matemáticas?
- ¿Por qué se enseña matemáticas?
- ¿Qué quiere decir investigar en matemáticas? ¿Acaso hay unas matemáticas nuevas?

## 2 Conocer y Aplicar las Matemáticas

Desde la antigüedad aparecen las matemáticas en los pensa de estudios. La palabra, matemática, proviene del vocablo griego  $\mu\alpha\nu\theta\alpha\nu\varepsilon\iota\nu$ , que significa *aprender*. Lo que hay que aprender. En las obras de Platón tenemos referencias claras de esto, al dar espacio a las matemáticas y a la geometría dentro de lo que un ciudadano debía aprender.

Ahora bien, ¿qué significa conocer las matemáticas? ¿Debo conocerlas para aplicarlas bien o me basta con saber una serie de fórmulas y recetas que pueda aplicar cuando me haga falta?

Por muchos siglos las matemáticas han sido vistas como una ciencia exacta, quizás la influencia de los griegos fue muy importante para este punto de vista.

Las matemáticas son una ciencia exacta,  $2 + 2 = 4$ . Sus aplicaciones, originalmente estaban en el mundo de la física y de la ingeniería. Sobre todo luego de la creación del cálculo infinitesimal por Newton y Leibniz, lo cual permitió estudiar el movimiento, la transmisión del calor, de electricidad, de luz. Es en el siglo XX cuando se toma conciencia de la importancia de las aproximaciones. Con la aparición de las probabilidades y la estadística, las matemáticas se convierten también en una ciencia no exacta y pasan a dotar de una poderosa herramienta a las ciencias del hombre: economía, sociología, biología, medicina, predicción del clima, distribución del tráfico, fluidez de las colas, transmisión segura de datos, y muchas cosas sobre las cuales volveré más adelante.

Ahora bien, para lograr estas aplicaciones, se ha requerido un conocimiento profundo de las matemáticas necesarias, no bastó con una serie de recetas o listas de fórmulas que el usuario debe memorizar para aplicar cuando las necesite.

Conocer las matemáticas, y con eso me refiero a una pequeña parte, pues es imposible saber todo, significa tener una comprensión de ella, de sus contenidos, métodos y significado. Las ideas matemáticas, aunque muchas veces, quizás la mayoría de ellas, aparecen luego de profundas reflexiones sobre fenómenos matemáticos mismos y sin una motivación práctica inicial, gozan de una generalidad y abstracción, que es lo que permite que luego puedan ser aplicadas en actividades muy distintas del quehacer humano. Volviendo al cálculo infinitesimal, el poder abstraer la noción de derivada como una razón de cambio, es lo que le da la fortaleza a este concepto, para poder aplicarlo en economía, física, o biología, por solo mencionar tres áreas importantes de aplicación.

El poder de la abstracción y de la generalización, hace a las ideas matemáticas, herramientas poderosas para resolver problemas cuya apariencia inicial, puede ser muy distinta.

### 3 Investigar

He perdido la cuenta de la cantidad de veces que amigos, conocidos, incluso colegas universitarios no científicos, se asombran cuando saben que hago investigación en matemáticas, muchos en tono de broma preguntan, ¿es que dos más dos no es cuatro? Para la mayoría de las personas, las matemáticas son algo ya establecido, por ello no cabe la idea de lo nuevo. Por eso quizás, causó tanto revuelo, incluso en el mundo no académico, la demostración del Teorema de Fermat por Andrew Wiles a finales del siglo pasado, más aún, cuando se le decía a la gente que ese había sido un problema sin solución por más de 300 años.

Lo cierto es que las matemáticas están viviendo una época dorada. Los avances en los últimos 20 años han sido extraordinarios. En esto ha tenido una participación especial la ayuda maravillosa dada por las computadoras. El final del siglo XX y el comienzo del XXI han sido testigos de la solución de varios

de los mayores rompecabezas de las matemáticas, el ya mencionado Teorema de Fermat, demostrado finalmente por Andrew Wiles y Richard Taylor, y la conjetura de Poincaré, resuelta por Perelman recientemente.

Por mencionar alguna áreas de grandes avances podría indicar las siguientes, sin ser exhaustivo:

- Geometría algebraica y teoría de números. Los resultados de Wiles y Taylor sobre el Teorema de Fermat.
- Supersimetría. Nuevas técnicas de exploración en esta área que parecen ser características de toda la materia, ayudando al estudio del comportamiento de interacción entre partículas subatómicas, estudios que pueden arrojar luz sobre la comprensión de los comienzos del universo.
- Caos. Estudio de fenómenos no lineales e impredecibles como el clima. Tratando de describir sistemas caóticos o erráticos con ecuaciones matemáticas. El funcionamiento del corazón. Estudios de ecosistemas como los bosques húmedos y selvas tropicales. Simplificación de problemas de tráfico, colas en supermercados, o en bancos.
- Complejidad. Esto tiene que ver con el estudio de la posibilidad de ejecutar algoritmos. Ayudando a los científicos a juzgar la dificultad de los problemas en tiempo de máquina. Cabe destacar que uno podría decir que gracias a preguntas formuladas por David Hilbert a comienzos del siglo XX, se dio origen a la búsqueda de respuestas que llevaron al desarrollo de las computadoras.
- Teoría de ondulaciones. Cuyo objetivo es simplificar sistemas complejos dando información sobre ellos por medio de ondas, como es el caso por ejemplo, del almacenamiento de huellas digitales.

Todos estos ejemplos muestran la relación de las matemáticas y sus descubrimientos con problemas ligados al desarrollo y la mejora de la calidad de vida y que gracias a la existencia de una gran cantidad de matemáticos dedicados a la investigación, y a la comprensión profunda de los resultados obtenidos, se ha podido llegar a aplicaciones de gran importancia.

La naturaleza de las matemáticas, el análisis objetivo de su utilidad a través del tiempo, nos muestran que hay que apoyar y promocionar la investigación en matemáticas, sin diferenciar si son puras o aplicadas, para recibir los beneficios de este gran caudal de conocimientos en pro de una mejor calidad de vida y capacidad para afrontar problemas de diversa índole.

## 4 Enseñanza

Los avances mencionados en la sección precedente muestran que las matemáticas han crecido a una velocidad mucho mayor que en cualquier otra época y esto

a mi manera de ver, está creando serios problemas en la enseñanza de las matemáticas, pues las subespecialidades mencionadas y muchas otras de igual importancia por su aplicabilidad actual, están muy lejos, no solo de las matemáticas que se enseñan en nuestra educación secundaria, sino también de las carreras en las universidades.

Esto no es un problema nuevo, aunque si su magnitud. los avances en matemáticas, los nuevos descubrimientos, la mayoría de las veces aparecen con demostraciones confusas, muy técnicas, cuya comprensión está al alcance de pequeños grupos de especialistas. Por eso una labor de gran valor es el estudio de estos resultados, por parte de los matemáticos y la búsqueda de su mejor comprensión y su posible simplificación, de manera que estas nuevas ideas puedan ser accesibles a una mayor cantidad de personas, garantizando su perdurabilidad y aplicabilidad.

Es responsabilidad de todos los que enseñamos matemáticas, pensar sobre cómo hacer para que los ciudadanos que estamos formando, puedan tener acceso a resultados matemáticos, pero no solo como algoritmos o conceptos que hay que aprender y memorizar, no, la tarea es más compleja, se trata de hacer comprender las ideas, de lograr que quien aprende matemáticas comprenda la razón de ser de los conceptos, la importancia que tienen dentro de la teoría en la cual se encuentran. Solo con una comprensión así se logra entender y disfrutar la verdadera esencia de las matemáticas.

No quiero que me interpreten mal, que piensen que pido que a los profesores de secundaria se les de una formación matemática profunda, abstracta, no, lo que me motiva a expresar lo dicho es mi convicción de que una comprensión cabal de las matemáticas, producirá mejores ciudadanos. La enseñanza de las matemáticas tiene un gran valor social, este es el aprender ante los problemas, a buscar soluciones no triviales, y eficientes. Enseñar a los ciudadanos a mirar a los laboratorios y grupos de investigación, como lugares donde surgen ideas que nos permitirán como sociedad la resolución de problemas prácticos.

Para aclarar mejor lo que quiero decir con una solución trivial, supongamos que tenemos una balanza de dos platos, sin pesas y nueve monedas, una de ellas defectuosa y la manera de reconocerlo es porque tiene un peso diferente a las otras ocho. La solución trivial es comparar sus pesos uno a uno y concluir. Sin embargo un matemático se preguntará más, ¿Cuál será la menor cantidad de pesadas que debo hacer para hallar la solución? ¿La moneda defectuosa será más o menos pesada que las ocho restantes? Un razonamiento matemático, sencillo, pero no trivial nos lleva a ver que con tres pesadas y no menos, podemos resolver el problema.

Otro ejemplo lo tenemos cuando estamos en la cola de un banco esperando para ser atendidos y de inmediato alguien dice que sería necesario abrir más taquillas, para atender más rápido al público. Esa es la solución trivial, más costosa y a la larga muy ineficiente. La teoría de colas muestra por medio de

modelos matemáticos, que es mucho mejor diversificar el trabajo que se hace en cada taquilla, distribuir mejor los horarios de atención, por citar dos vías de búsqueda no trivial de la solución del problema.

Estamos entonces ante un gran reto, un reto a nuestro ingenio pedagógico, a nuestra habilidad didáctica.

Se requiere de un gran esfuerzo de matemáticos y maestros, que puedan abordar con éxito estos problemas, que nos permitan motivar a nuestros estudiantes hacia un mejor apredizaje de las matemáticas y a que los más talentosos quieran dedicarse al estudio de las matemáticas, con miras a colaborar en el desarrollo de esta ciencia.

Actividades como las olimpiadas matemáticas, pueden ser de gran ayuda, nos permiten popularizar las matemáticas, llevarlas al gran público de una manera no convencional, que puede ser divertida, que puede permitir a un joven, a muy temprana edad, descubrir sus habilidades para el estudio de esta ciencia, que da a los profesores y maestros una gran cantidad de problemas novedosos, e interesantes y a los planificadores un caudal de información muy útil a la hora de diseñar políticas y planes de trabajo, para mejorar la calidad de la enseñanza.

Tenemos un gran reto por delante, las palabras de Galileo siguen teniendo una gran fuerza:

*El libro de la naturaleza está escrito en el lenguaje de las matemáticas, sin el cual no es posible entender una palabra y se andará siempre como en un oscuro laberinto.*

Escuela de Matemáticas.  
Facultad de Ciencias. UCV.  
Caracas. Venezuela.

e-mail: rafael.sanchez@ciens.ucv.ve