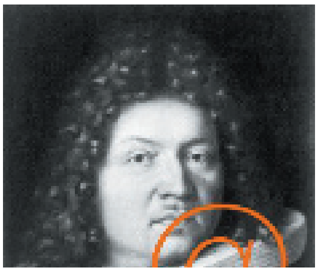

Journ@l Electronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique

Electronic Journ@l for History of Probability and Statistics

Vol 1, n°2; Novembre/November 2005

À paraître au tome XI des *Œuvres Complètes* de Cournot, publiées, sous la direction d'A. Robinet, aux éditions Vrin

Antoine Augustin COURNOT

DE LA THEORIE DES PROBABILITES CONSIDEREE COMME LA MATIERE D'UN ENSEIGNEMENT

PREMIER ARTICLE

Le Lycée, tome II, 1828, p. 243-254.

Il y a près d'un demi-siècle que des géomètres philosophes manifestent le désir de voir les éléments du calcul des probabilités entrer dans le système de l'enseignement public [1]. C'était l'une des idées dominantes de Condorcet, apôtre si ardent de la perfectibilité sociale : un vœu semblable termine l'*Essai philosophique sur les Probabilités* de Laplace [2] : c'est enfin pour contribuer à le réaliser que notre respectable maître, M. Lacroix [3], a fait entrer dans son cours de mathématiques pures un *Traité élémentaire du Calcul des probabilités* [4], dont l'étude n'exige que la connaissance des éléments d'algèbre. Mais une telle innovation, facile à tenter à l'époque où l'on s'affranchissait de toutes les traditions anciennes, est-elle en effet compatible avec notre régime scolaire [5] ? Peut-elle s'allier avec certains systèmes d'enseignement ? Conseillée par des géomètres et par des philosophes de l'école du dernier siècle, ne tendrait-elle pas à combattre l'influence d'une philosophie plus moderne [6] et plus favorable à la dignité de l'homme ? Ne faudrait-il pas la considérer comme une invasion des sciences exactes [7] au-delà de leur domaine, et craindre qu'elle ne devint une pierre d'achoppement pour plusieurs ? Telles sont les questions fort dignes d'intérêt sur lesquelles nous voudrions jeter un coup d'œil impartial, en considérant en premier lieu les rapports de l'enseignement du calcul des probabilités avec les théories philosophiques, puis ses résultats moraux, et enfin la place qu'il pourrait tenir dans l'enseignement public [8].

Le calcul des probabilités repose, comme toutes les autres branches des sciences mathématiques, sur certaines notions abstraites, dont la génération dans l'entendement est l'objet des disputes des philosophes, sans que leurs disputes puissent influer en rien sur la rigueur des conséquences que le géomètre déduit, par voie d'identité, de ces notions primitives [9]. Telles sont les idées de nombre, d'étendue, de force, de temps, et, pour en venir au sujet qui nous occupe, celle de chances. On peut varier à l'infini les hypothèses sur la manière dont les sens ont fourni à l'intelligence les matériaux de ces idées abstraites : de telles hypothèses seront toujours plus ou moins arbitraires et même fausses, en ce qu'elles ne peuvent tenir compte des conditions naturelles de l'homme, des circonstances infiniment variées de son organisation primitive et de son éducation. Puisque les impressions variables des sens et du monde extérieur aboutissent à révéler, plus tôt ou plus tard, à la raison adulte, les mêmes notions abstraites, identiques dans toutes les intelligences, le géomètre, sans s'enquérir d'où ces notions viennent, a bien meilleur parti de les prendre où elles sont, c'est-à-dire dans la raison pure [10], surtout si c'est toujours sous leur forme abstraite que les idées dont il s'agit doivent devenir l'objet de ses spéculations et de son enseignement. Aussi les sciences mathématiques, étrangères dans le fond au grand et perpétuel débat entre l'idéalisme et l'empirisme, semblent, par la parfaite abstraction de leurs principes et l'absolue vérité des conséquences qu'elles en déduisent, se rapprocher davantage de l'esprit de la philosophie idéaliste. C'est Platon, et non Aristote, qui écrivit sur la porte de son école : « Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre » : et il ne faut pas s'étonner si Condillac [11], en mettant Descartes, Mallebranche et Leibnitz en opposition avec Locke, trouve que d'ordinaire les meilleurs géomètres ont été les plus mauvais philosophes.

Il est vrai que, dans le dernier siècle, les applications merveilleuses de l'analyse mathématique à la physique céleste ayant mis la géométrie à la mode, il fut d'usage de mêler une apparente érudition dans les sciences exactes à une philosophie toute sensualiste, et de plus, hardie, tranchante, contemptrice du passé : car tel devait être, par la marche fatale de l'esprit humain, le caractère de ce siècle, et nous, qui avons hérité de ses travaux, ne pouvons point le lui imputer à blâme. Mais, je le répète, chez la plupart des philosophes de cette école, l'érudition mathématique fut plus apparente que réelle. Voltaire [12] lui-même n'est pas exempt de ce charlatanisme dont il s'est autrefois moqué. Les excellents articles de d'Alembert sur la philosophie des sciences exactes n'ont rien qui annonce un disciple exclusif de Locke, et surtout rien qui ressemble à la métaphysique de Condillac. Plus tard les théories sensualistes sont devenues dominantes parmi les savants : d'illustres géomètres s'en sont montrés fortement imbus dans leurs écrits : mais ce n'est point en leur qualité de géomètres qu'ils les ont adaptées : ils ont cédé à une influence plus générale et plus puissante, à celle de leur siècle. Si Laplace, Volney, Cabanis, semblent professer les mêmes doctrines philosophiques [13], qu'on ne croie pas que le calcul des mouvements planétaires, ou l'étude des langues de l'Orient, ou celle de l'organisation animale, aient déterminé leur commune profession de foi. Bien des exemples célèbres contrediraient une semblable supposition.

Aujourd'hui que par un de ces retours si fréquents dans l'histoire de l'esprit humain l'idéalisme [14], tout puissant dans le Nord, prend chez nous chaque jour plus de faveur auprès de la génération qui s'élève, il ne faut nullement désespérer de lui voir par la suite obtenir du crédit, même au sein de nos académies [15], sans que ces oscillations dans les systèmes philosophiques influent, ni doivent influer, sur la marche essentiellement progressive des sciences.

Nous avons cru devoir répondre par ces observations générales au préjugé, encore très répandu [16], relativement à l'influence que les études mathématiques exercent sur les habitudes de l'esprit. Si maintenant nous examinons particulièrement l'idée de *chance*, sur laquelle repose tout le calcul des probabilités [17], nous verrons qu'elle dérive d'une abstraction bien simple : celle qui nous fait regarder un événement comme contingent, par la raison que les causes qui doivent déterminer la production ou la non production de cet événement, nous étant inconnues, sont réputées pour nous non existantes [18]. Lorsqu'au moyen de cette ignorance où nous sommes des causes efficientes de l'événement, sa production ou sa non production se trouve dépendre d'un certain nombre d'hypothèses, sans que nous ayons aucune raison de juger que l'une de ces hypothèses doive se réaliser plutôt qu'une autre, ces hypothèses sont ce que nous appelons des *chances* [19]. Les questions que l'on peut se proposer sur les événements contingents sont quelquefois si simples que leur seul énoncé fournit immédiatement l'énumération des chances favorables ou contraires à la production d'un événement : mais le plus souvent cette énumération ne se trouve pas dans l'énoncé de la question d'une manière explicite : il faut savoir l'en déduire, à l'aide du calcul et de diverses théories mathématiques, particulièrement de celle des combinaisons, qui trouve ici son application la plus usuelle. Il y a même des questions pour lesquelles il faut passer, à l'aide du principe des limites, de la considération des chances qui se comptent à celle des chances qui se mesurent [20], et qui assujettissent cette nouvelle espèce de grandeurs abstraites à la loi de continuité.

Tout cet ordre de recherches constitue la branche du calcul des probabilités dites *a priori* [21], et qui n'est autre que le calcul des chances, *Doctrine of Chances,* comme Moivre l'avait appelé. C'est ce calcul qui, inventé d'abord à l'occasion de quelques questions sur le sort des joueurs, trouve réellement dans la théorie des jeux, non pas la seule, mais la plus commune application : parce que les jeux, comme a dit Buffon [22], sont une arithmétique continuelle. L'emploi du terme de *probabilité*, pour désigner cette branche de calcul, a prévalu sur celui de *chance* et peut-être à tort : car il introduit une difficulté métaphysique étrangère au calcul, et à laquelle les inventeurs s'étaient prudemment abstenus de toucher. Jacques

Bernoulli a employé, le premier que je sache, le terme de probabilité, mais seulement dans la quatrième partie de son *Ars conjectandi*, où il traite des applications du calcul à des questions de philosophie et de morale, et de ce que nous appelons maintenant probabilités *a posteriori* [23]. Dans Pascal, il ne s'agit que du *sort* ou des *parties* [24] des joueurs : dans Huyghens [25], de leur *espérance (expectatio*) : et toutes ces expressions ne présentent que des transformations identiques de l'idée abstraite de chances.

En effet, il est évident que l'on peut assimiler tout événement subordonné à des chances au tirage d'une loterie, en représentant les chances par les numéros des billets dont cette loterie se compose. Il est clair que chacun des billets est le signe d'un droit égal à la possession du lot : et si, pour rendre ce droit une quantité mesurable, nous lui attribuons une valeur vénale [26], il n'est pas moins évident que le droit de chaque joueur sera proportionnel au nombre de billets qu'il possède : que si l'on veut renoncer à tenter le sort, la valeur vénale du lot ne peut se partager entre les joueurs, autrement qu'en proportion du nombre de billets dont ils sont munis. C'est ainsi que, dans une succession, le droit d'un cohéritier à un objet indivisible, droit abstrait de sa nature, se résout, par l'attribution d'une valeur vénale à cet objet, dans une somme d'argent dont la proportion est fixée par les titres successifs du cohéritier. Le plus simple bon sens, ou si l'on veut, la *raison pure* des idéalistes mène à toutes ces conséquences, sans qu'on ait besoin d'introduire la notion de probabilité, ni de supposer avec Condorcet l'événement aléatoire [27] susceptible d'une répétition indéfinie, ni, par conséquent, de démontrer au moyen d'un long appareil d'algèbre, des règles sur lesquelles on était d'accord avant que l'algèbre ne fût née [28].

C'est le point de vue sous lequel Pascal envisageait les principes du nouveau calcul dont il était l'inventeur, et ses paroles à ce sujet sont dignes d'être rapportées textuellement : « Ibi anceps fortuna *æquitate rationis* ita reprimitur, ut utrique lusorum *quod jure competit* exacte semper assignetur. Quod quidem eo fortius ratiocinando quærendum, quo minus *tentando* investigari possit… Ideo res hactenus erravit incerta : nunc autem quæ *experimento* rebellis fuerat, rationis dominium effugere non potuit ». (Tom. IV de ses *Œuvres*, pag. 358, édit. de 1819) [29].

Jusqu'ici donc le calcul des chances a le même degré d'abstraction et de certitude que toutes les autres théories mathématiques : et nous ne voyons rien qui puisse devenir sujet de controverse entre le métaphysicien et le géomètre. Il n'en est plus tout à fait de même lorsqu'on introduit le terme de *probabilité*, ou celui beaucoup plus impropre de *possibilité* [30]. On peut, il est vrai, définir immédiatement avec Laplace [31] ce qu'on entend par probabilité, c'est-à-dire le rapport du nombre des chances favorables à un événement incertain au nombre total des chances : mais alors ce terme ne présente plus qu'une fonction purement algébrique. C'est un signe [32] employé pour la commodité du discours et du calcul.

Des questions d'une autre nature se trouvent soulevées, lorsqu'on définit la probabilité, avec Condorcet « le motif que nous avons de croire à la production d'un événement incertain » [33]. La définition ordinaire devient alors une proposition qu'il faut démontrer : et pour cela Condorcet admet comme axiome [34], que lorsque le nombre des chances favorables à un événement l'emporte de beaucoup sur celui des chances contraires (comme s'il s'agissait de gagner à une loterie, ayant 999 billets sur 1000), il y a un grand motif de croire que l'événement arrivera, ou que la production de cet événement est très probable. S'appuyant ensuite sur le théorème de Bernoulli, il démontre que quelque soit le rapport des chances favorables ou contraires à l'événement incertain, si l'on répète un grand nombre de fois l'épreuve du sort, il devient très probable que l'événement qui réunit le plus de chances se reproduira plus souvent, et même que le rapport entre les nombres de fois qu'il arrivera et n'arrivera pas, ne différera pas sensiblement du rapport entre les nombres des chances favorables et contraires. Or, suivant Condorcet, le motif de croire à la production d'un événement est évidemment [35] proportionnel au nombre de fois que cet événement doit très probablement se reproduire sur un nombre très grand d'épreuves.

Il faut avouer que cette théorie, présentée par M. Lacroix, avec la clarté qui caractérise éminemment ses ouvrages [36], a l'avantage de faire bien sentir quelle est l'utilité pratique du calcul des probabilités ou des chances, et de montrer qu'il est nécessaire d'embrasser un très grand nombre d'épreuves du même hasard, pour se donner cette supériorité relative de chances, qui doit entraîner la confiance de tout homme raisonnable. Ce n'est pas qu'au fond l'algèbre, c'est-à-dire une suite de propositions identiques, puisse établir la liaison métaphysique qui existe entre l'idée de chances et celle de probabilité considérée comme motif de croire. Aussi Condorcet prend-il comme un fait le penchant de notre esprit à juger très probable un événement qui réunit un très grand nombre de chances en sa faveur, comparativement à celui des chances contraires [37]. Ce penchant, dit-il [38], est de même espèce que celui qui nous fait croire à la constance des lois naturelles, à ce qu'on appelle dans l'école la *certitude physique.* Selon Hume [39], « il résulte, par un mécanisme inexplicable de la nature, de la concentration de plusieurs vues dans un seul événement » : explication qui ne semble pas très lumineuse [40], et ramène à peu près au point d'où l'on était parti. Mais, encore une fois, il s'agit ici d'un fait qui tombe dans le domaine de la *raison pratique* : qui suffit par conséquent pour justifier les applications pratiques du calcul des probabilités : et si l'on voulait envisager celui-ci sous un point de vue purement abstrait, comme l'a fait Pascal, il serait superflu d'y introduire la notion de probabilité avec les difficultés qui l'accompagnent. D'une ou d'autre manière, le calcul des chances ou des probabilités *a priori*, n'a donc rien qui puisse contredire aucun système de philosophie, ni même rien qui exige la discussion d'aucune hypothèse métaphysique [41].

Il en faut dire autant du calcul des probabilités *a posteriori,* en tant qu'il a pour but d'assigner, d'après l'expérience, la valeur, probable du rapport entre les chances favorables ou contraires à un événement, lorsque l'état de nos connaissances et l'art de nos calculs ne nous permettent pas de mesurer directement ce rapport [42]. Ceci suppose seulement que la production de l'événement est subordonnée à des chances, ainsi qu'il arrive dans tous les jeux de pur hasard : quoique pour beaucoup d'entre eux l'on se trouve dans l'impossibilité d'énumérer toutes les combinaisons. Mais dans les applications que l'on fait de ce calcul à la philosophie naturelle ou morale, à l'économie politique, etc., d'autres considérations se présentent. C'est alors qu'on peut vraiment se trouver sur le terrain de l'école, à moins qu'une logique judicieuse ne fasse apprécier au géomètre la véritable valeur de ses formules.

Pour faire sentir la nature des applications du calcul des probabilités *a posteriori*, je prendrai l'exemple d'un dé *pipé*, comme on le dit vulgairement, c'est-à-dire dont le centre de gravité ne coïncide pas avec le centre de figure. Dans l'ignorance où nous sommes de la force d'impulsion qui doit être communiquée à ce dé, et de la direction dans laquelle elle agira, nous devons la supposer variant par tous les degrés d'intensité et de direction : de là on conçoit qu'il est possible, en vertu des lois connues de la dynamique, d'assigner l'étendue des chances qui déterminent la chute du dé sur chacune de ses faces. Si nous ne sommes pas assez habiles géomètres pour effectuer ce calcul, l'expérience vient à notre secours : et d'après l'observation des faces sur lesquelles le dé est tombé, dans un grand nombre d'épreuves, nous pouvons assigner avec une très grande probabilité les rapports entre l'étendue des chances qui déterminent sa chute sur chaque face. Pour appliquer les mêmes considérations à des phénomènes d'un ordre différent, il faut supposer 1° que des forces ou causes variables déterminent la nature du phénomène : 2° qu'il existe entre les conditions du phénomène certaines relations qui, sous l'action des causes variables, offrent plus de chances pour telle spécification du phénomène que pour telle autre. Or, comme cette idée de chance est purement abstraite, que les causes efficientes de chaque phénomène individuellement ont seules une existence réelle, c'est à la critique philosophique [43] à décider quand il est légitime d'employer cette abstraction, et jusqu'à quel point les calculs fondés sur elle ont une utilité pratique. Ainsi, quoique les phénomènes de la nature organique soient soumis à des lois essentiellement différentes [44] de celles qui régissent la matière inerte, et qu'on ne puisse guère supposer avec Laplace [45] qu'une intelligence suffisamment vaste comprendrait les unes et les autres dans une même formule d'algèbre, ces lois ont le caractère commun d'agir fatalement et d'après des rapports de temps, de figure, etc. L'expérience, jointe au calcul, a donc pu fixer avec une précision très probable, l'étendue des chances qui déterminent, dans la multiplication de l'espèce humaine, la spécification de l'un ou de l'autre sexe [46] : et des calculs semblables, appliqués à d'autres phénomènes de physiologie, rendraient cette science susceptible de nombres et de mesures [47]. Il n'en est pas de même pour les calculs relatifs à la mortalité de l'espèce : parce que la durée de la vie est le résultat, non seulement des dispositions organiques, mais du déploiement de nos facultés spontanées et libres, ainsi que d'une foule de circonstances que nous ne pouvons point concevoir comme soumises à des rapports généraux [48]. Il en résulte que ces calculs ne peuvent avoir d'utilité pratique que lorsque le nombre des individus qu'ils embrassent est si considérable qu'on a lieu de croire (en vertu d'une autre application immédiate de la notion de combinaisons ou de chances) que les effets des circonstances anomales se compenseront, en sorte qu'on n'aura plus à tenir compte que des influences fatales et permanentes, celles de l'organisation, du climat, etc [49].

Enfin, lorsqu'il s'agit de juger d'un fait moral, tel, par exemple, que la véracité d'un témoin [50], il est visible qu'on ne peut se servir du terme de chances autrement que par une métaphore du langage. Si ce témoin nous a menti trois fois sur dix, nous n'en conclurons pas, suivant la règle d'algèbre, qu'il y a quatre à parier contre huit qu'il nous mentira la onzième fois : car cette conclusion aurait le double inconvénient de ne rien apprendre, ni en théorie, ni en pratique. Mais seulement nous serons portés à examiner avec une grande attention si les circonstances ne sont pas telles qu'il y ait eu pour le témoin quelque intérêt à nous tromper : et dès lors nous ne tiendrons nul compte de son témoignage.

Au surplus, la légitimité des applications du calcul des probabilités *a posteriori,* repose sur un *criterium* qui ne peut laisser aucun doute, je veux dire la statistique [51]. C'est elle qui, enregistrant de longues séries d'événements, nous apprend si leur succession manifeste des lois constantes, des influences permanentes devant lesquelles les effets des influences perturbatrices se compensent et disparaissent. Où il n'y a pas de données statistiques les formules du calcul des probabilités sont illusoires : et partout où ces données mettent en évidence les faits dont nous parlons, les formules trouvent incontestablement leur application.

Je crois donc qu'on ne saurait éviter trop soigneusement, dans la matière des probabilités, toutes ces applications que l'on pourrait appeler scolastiques [52], en ce qu'elles auraient pour objet de résoudre, au moyen des signes de 1'algèbre, ces controverses qui sont du domaine de l'école : telles que l'estimation des certitudes que l'on nomme physique et morale, celle de la probabilité des témoignages des faits historiques : toutes choses qui se rapportent à diverses facultés ou conditions naturelles de l'homme, et qui n'ont réellement pas de mesures, ni surtout de mesures comparables. En se rappelant la lumineuse distinction établie par Leibnitz entre les deux principes d'identité et de causalité [53], on verra que de l'idée abstraite de chances, l'algèbre ne peut déduire les lois de l'intelligence humaine : et lorsqu'on donne pour base, avec Condorcet [54], au calcul des probabilités, une loi de l'intelligence entièrement semblable à celle qui détermine notre croyance à la constance des lois naturelles, il semble qu'on ne peut plus, sans tomber dans un cercle vicieux, employer ce calcul comme *critérium* de la certitude physique.

Pour donner un exemple des illusions auxquelles de fausses applications peuvent conduire, prenons le fameux argument de Pascal sur *le parti le plus sûr*, auquel Craig a appliqué, comme on sait, les formules de probabilité [55] : La probabilité du témoignage sur lequel repose une croyance religieuse est si l'on veut très faible : mais la récompense promise au croyant est infinie : donc, suivant Craig, il ne faut pas hésiter à embrasser la croyance, car c'est comme si l'on jouait le fini contre l'infini. Point du tout, observe Laplace [56] : car par cela même que le témoin vous promet un bien infini, la probabilité de son témoignage est infiniment petite, et les sorts respectifs du croyant et de l'incrédule deviennent des quantités comparables. Mais le raisonnement de Laplace, comme celui de Craig, sont pitoyables aux yeux de Condorcet [57], qui n'admet de probabilités qu'en fait de hasards susceptibles de répétition indéfinie : et le jeu dont il s'agit (si l'on peut employer ce mot en matière aussi grave) n'est pas de nature à se jouer deux fois.

En résumé, les seules applications du calcul des probabilités, légitimes en théorie et utiles en pratique, n'ont rien qui intéresse les diverses théories de philosophie transcendantale. Le scepticisme et le dogmatisme [58], la métaphysique des sens et celle des idées, peuvent poursuivre leurs débats : les nombres et les mesures, seuls éléments possibles du calcul, n'en subiront aucune altération, de même que tous les efforts du calcul ne pourront atteindre ce qui ne comporte ni mesures ni nombres.

Dans un autre article [59] nous poursuivrons l'examen que nous avons commencé, eu recherchant quel intérêt il peut y avoir à admettre un cours de probabilités dans l'enseignement, et quelle place il y pourrait prendre.

NOTES

[1] C'est le voeu de Condorcet et de Laplace comme le précise Cournot ci-dessous. Lacroix que Cournot suit ici ligne à ligne écrit dans son introduction : « Condorcet désirait que [le calcul des probabilités] fit la matière de l'un des cours des Écoles publiques : et il en a donné deux excellents programmes, le premier à la suite de ses *Mémoires sur l'Instruction publique,* t. IX de ses *Oeuvres*, p. 566, et le second dans le *Tableau général de la science qui a pour objet l'application du calcul aux sciences politiques et morales,* t. XXI de ses *Oeuvres,* p. 237, ou *Élémens du Calcul des probabilités,* p. 171. » Lacroix cite les *Œuvres complètes* de Condorcet publiées à Brunswick et Paris en 1804. Les références correspondantes dans l'édition Arago-O'Connor, Paris, Firmin-Didot, 1847-1849, sont respectivement, tome 8, p. 557-565, et tome 1, p. 539-573. Sur les *Elémens du Calcul des probabilités,* Paris, Fayolle, 1805, on verra Bru & Crépel, *Condorcet, Arithmétique politique. Textes rares et inédits (1767-1789)*, Paris, INED, 1994, p. 597-625.

[2] *Essai philosophique sur les probabilités*, 1814-1825, rééd. Paris : Christian Bourgois, 1986 : « il n'est point de science plus digne de nos méditations, et qu'il soit plus utile de faire entrer dans le système de l'instruction publique. » (dernière phrase de l'*Essai*, p. 207 de l'éd. Bourgois).

[3] Sylvestre-François Lacroix (1765-1843) est le disciple mathématique de Condorcet (voir R. Taton, « Condorcet et Sylvestre-François Lacroix », *Revue d'Histoire des Sciences,* 12 (1959), p. 128-158, 243-262, et Bru & Crépel, *op. cit. supra* note 1. En 1828, Lacroix est professeur au Collège de France, à la Faculté des sciences de Paris et à l'École polytechnique. Il a été élu membre de la première classe de l'Institut en 1799, en remplacement de Borda décédé. Pour plus de détails, on verra l'article « Lacroix » du *DSB*, rédigé par J. Itard. Pour une étude du contexte philosophique des traités de Lacroix, on verra P. Lamandé, « La conception des nombres en France autour de 1800 : L'œuvre didactique de Sylvestre François Lacroix », *Revue d'histoire des mathématiques,* 10 (2004), p. 45-106.

Cournot a suivi les cours d'analyse de Lacroix à la Faculté des sciences de Paris en 1822. Il raconte dans ses *Souvenirs* que Lacroix, qui enseignait la nouvelle analyse à l'Europe entière par l'intermédiaire de son grand *Traité complet de Calcul différentiel et intégral* en 3 volumes, était devenu incapable de suivre ce qu'il disait et qu'il se contentait de lire ses livres sans plus les comprendre. Lacroix n'avait pas perdu pour autant toutes ses facultés intellectuelles. Il semble même s'être passionné pour la symbolique, où il retrouvait sans doute l'un des problèmes les plus déroutants de l'Art de conjecturer, qu'il avait peut-être discuté avec Condorcet en personne. Quand peut-on conclure d'une figure remarquable qu'elle est un symbole, qu'elle signifie quelque chose, qu'elle a un but ? Cournot rapporte que Lacroix a suivi jusqu'à sa mort la progression difficile de l'édition monumentale annotée de la *Symbolique* de Creuzer, dirigée par Guigniaut (*Souvenirs,* pages 80-81). Pour une discussion plus récente de la symbolique chrétienne et du palindrome SATOR, on verra par exemple Jean Daniélou, *Les symboles chrétiens primitifs,* Paris, Seuil, 1961 et les travaux de Paul Veyne (*Bulletin de l'Association Guillaume Budé, Supplément lettres d'humanités*, 27 décembre 1968, pp. 427-460).

[4] Le *Traité élémentaire du calcul des probabilités* de Lacroix a connu trois éditions revues et augmentées, Paris, Vve Courcier, 1816, Paris, Bachelier, 1822, *ibid.*, 1833, et une édition posthume, 4e éd., Paris, Mallet-Bachelier, 1864. Cournot suit ici la seconde édition.

[5] Le calcul des probabilités est-il irréductiblement lié au sensualisme du XVIIIe siècle ? Peut-il s'appliquer aux « sciences morales » ? Ces problèmes sont discutés en Europe dans la première moitié du XIXe siècle et de plusieurs côtés : en France chez les idéologues rationalistes avec Destutt de Tracy, les idéologues économistes avec Say, les idéologues jansénistes avec Royer-Collard, les éclectiques avec Victor Cousin, ou certains positivistes savants, Comte, Poinsot, mais aussi à l'étranger, un peu plus tard, chez les fréquentistes britanniques comme Ellis, les Kantiens allemands comme Fries, etc.

On verra, pour des textes émanant de mathématiciens, P. Ruffini, *Rifflessioni critiche sopra il Saggio filosofico intorno alle probabilita del signor conte Laplace,* Modena, 1821 (et sur ce texte, P. Accordi, *Atti e Memorie dell'Accademia nazionale di scienze, lettere e arti,* Modena, ser. 7, 9 (1991-1992), p. 31-51), A. M. Pinault, *Compléments de mathématiques,* Paris, Gaume frères, 1847 (l'abbé Pinault est un savant original et intéressant, polytechnicien puis normalien de la promotion 1813, sur lequel on verra M. Métivier et al. éd., *Siméon-Denis Poisson et la science de son temps,* Palaiseau, École polytechnique, 1981, p. 83-84), et le *Nouveau dictionnaire pour servir à l'intelligence des termes mis en vogue par la révolution : dédié aux amis de la religion, du roi et du sens commun,* par l'abbé Buée, 2e éd., Paris, A.

Leclère, 1821, qui attaque en priorité « M. le marquis de Laplace », sommé de se soumettre ou de se démettre. On lira particulièrement l'article « Pouvoirs », p. 93, qui dénonce l'application de la théorie des probabilités aux jugements : « Dans la théorie des probabilités, tout est négatif, *principes, moyens, conséquences.* C'est par cette théorie que nous avons été gouvernés depuis trente ans. Notre gouvernement a été fondé sur ces deux principes : TOUT EST HASARD. TOUS LES HOMMES SONT CORROMPUS. Ces deux principes accouplés (et ils le sont toujours dans la théorie des probabilités) mènent droit à cet épouvantable DONC de Voltaire… *Ecrasez l'infâme…* ». L'abbé Buée, à la fois organiste et mathématicien, s'est exilé à Londres pendant la Révolution, où il a publié, en 1805, un important « Mémoire sur les quantités imaginaires » (*Phil. Trans. for 1806,* p. 23-88), dans lequel il présente, avant Argand et indépendamment de Wessel, la représentation géométrique des nombres complexes. De retour en France en 1814, il a été nommé chanoine de Notre-Dame de Paris. Il ne semble pas que son dictionnaire-pamphlet ait eu une large diffusion, mais il peut indiquer l'état d'esprit du Chapitre de Notre-Dame et de Mgr de Quelen, à l'égard de la théorie laplacienne des probabilités, en 1821. Cournot critique la représentation géométrique des quantités imaginaires dans *Correspondance* OC VI/2, p. 277, on verra également la note de N. Bruyère sur ce point, p. 408. Les travaux de l'abbé Buée sur les quantités imaginaires sont motivés par les problèmes d'interprétation des solutions imaginaires des équations, posés par Carnot dans sa *Géométrie de position,* Paris, Crapelet, an XI (1803), qui est également une des sources de Cournot.

Pour des textes plus littéraires ou plus philosophiques, on consultera Dugald Stewart, *Histoire abrégée des sciences métaphysiques, morales et politiques, depuis la renaissance des lettres,* trad. de l'anglais par J. A. Buchon, 3 vol. Paris, F.-G. Levrault, 1820-1823. La critique de Stewart s'étend d'ailleurs à tout essai de mathématisation des sciences morales et politiques, l'arithmétique politique anglaise en particulier. On lira à ce sujet, P. Corsi, « The Heritage of Dugald Stewart : Oxford Philosophy and the method of Political Economy, 1809-1832 », *Nuncius. Annali di Storia della Scienza,* n. s., 2, f. 2 (1987), p. 89-144. L'influence de Stewart est d'ailleurs complexe et multiple, elle s'étend bien au-delà de cette seule critique des probabilités morales. On la trouve aux origines mêmes de l'École algébrique anglaise. On verra sur ce point, la thèse de C. Ruffieux, *La naissance du concept de structure algébrique en Grande Bretagne dans la première moitié du XIX^e siècle. Influence des philosophes de « l'École du sens commun »,* Université de Lausanne, 2005.

On verra également, V. Cousin, *Cours de l'histoire de la philosophie moderne,* série 1, tome IV, Paris, 1846, 15e leçon p. 173 (note), J.-B. Bordas-Demoulin, *Le cartésianisme ou la véritable rénovation des sciences,* 2 vol., Paris, 1843, tome II, pp. 419-421, G. Perrone, *Praelectiones theologicae,* 2 vol. Paris, Migne, 1842, tome 1, C. Gouraud, *Histoire du calcul des Probabilités,* Paris, Durand, 1848. Et bien sûr A. M. Guerry, *Statistique morale de l'Angleterre comparée à la statistique morale de la France, Introduction contenant l'histoire de l'application des nombres aux sciences morales,* Paris, J.-B. Baillière et fils, 1864.

Pour des études plus récentes, on consultera par exemple Th. M. Porter, *The rise of statistical thinking 1820-1900*, Princeton University Press, 1986, ou I. Schneider, « Laplace and Thereafter : The Status of Probability Calculus in the Nineteenth Century », in *The Probabilistic Revolution,* L. Krüger ed., Vol. 1, Cambridge : MIT Press, 1987, p. 191-214, et surtout les beaux travaux de Z. Nouacer. La résistance à la probabilité est un vaste sujet, complexe, et d'ailleurs assez loin d'être traité dans tous ses détours. On se reportera par exemple au volume de comptes rendus du *Colloque Condorcet* de juin 1988 (dir. P. Crépel, C. Gilain, Paris, Minerve, 1989), notamment à la septième partie, pour en saisir les difficultés et les ambiguïtés. On verra également l'intéressante thèse de F. Picavet, *Les idéologues : essai sur l'histoire des idées et des théories scientifiques, philosophiques, religieuses, etc. en France depuis 1789,* Paris, F. Alcan, 1891, reprod. Hildesheim, Olms, 1972, édition électronique, Université de Québec, les classiques des sciences sociales, 2001. Picavet classe parmi les idéologues Laplace et Lacroix qui, à la suite de Condorcet, se sont faits les promoteurs de l'application du calcul des probabilités aux sciences morales, et leur contemporain Destutt de Tracy, lui-même disciple de Condorcet, qui considère ces mêmes applications comme des « niaiseries » (Picavet, *op. cit.*, chapitre VI et Destutt de Tracy, *Supplément aux Éléments d'idéologie,* 4e et 5e partie, 2e éd., Paris, Vve Courcier, 1818). Sur l'idéologie, on verra le volume dirigé par F. Azouvi, *L'Institution de la Raison. La révolution culturelle des idéologues,* Paris, Vrin-EHESS, 1992. On peut faire au sujet d'Auguste Comte, que l'on considère parfois comme un disciple de Condorcet, les mêmes observations. Le calcul analytique des probabilités, le Mont-Blanc des mathématiques, que Condorcet et Laplace concevaient comme « le supplément le plus heureux à l'ignorance et à la faiblesse de l'esprit humain », devient, pour certains de leurs disciples idéologues et positivistes, la manifestation la plus évidente de l'ignorance et de la faiblesse de l'esprit humain, et pour l'immense majorité des auteurs du temps de Cournot, une preuve supplémentaire de la faiblesse de l'esprit humain qui n'y voit que rébus et mystères insondables. On comprend dès lors l'originalité intellectuelle (et l'isolement philosophique) d'un Cournot qui considère le même calcul des probabilités comme l'outil critique fondamental de la méthode expérimentale et, en un sens élargi, comme le fondement ou le modèle de la critique philosophique. Pour expliquer ce refus philosophique singulier des probabilités, on peut naturellement invoquer l'ignorance et le désintérêt des philosophes littérateurs à l'égard des sciences de leur temps, et Cournot ne s'en prive pas, ici dans ce texte de jeunesse, comme dans ses œuvres philosophiques ultérieures, e. g. *Considérations*, OC IV, p. 408. Cependant on n'explique pas, ce faisant, les réticences non moins affirmées des philosophes savants, tels Comte ou Poinsot, à ce même calcul des probabilités. On pourrait envisager une explication plus profonde à partir de la double nature de la probabilité, mais là encore on ne clarifie pas véritablement un débat aux détours sans nombre, qu'on trouve répété, à l'identique ou presque, de génération en génération, depuis la fin du XVII^e siècle jusqu'à nos jours, et qui ne paraît pas clos.

[6] Celle de Victor Cousin, éclectique, cartésienne et spiritualiste « afin de mieux afficher la rupture avec les doctrines matérialistes ou sensualistes, reprochées à la philosophie du XVIII^e siècle. » (*Considérations*, OC IV, p. 408-409). Mais Cournot a peut-être en vue, également, les « systèmes plus modernes qu'a produits le mouvement philosophique en Allemagne, à la suite de la réforme de Kant » (*Essai,* OC II, pp. 473-474). Ce qui n'est d'ailleurs pas contradictoire.

[7] Thème classique chez Cournot qui finira par restreindre le champ des sciences mathématiques « principalement aux théories de la mécanique », *Considérations*, OC IV, p. 350. Quant aux « applications », il écrit en 1863 : « Ce que les mathématiques ont de réellement applicable, dans l'ordre des choses humaines et terrestres, se réduit à si peu de chose qu'on en est effrayé » (*Instructions,* OC VII, p. 271).

[8] Bien qu'il figure à la rubrique du *Lycée,* « Méthodes d'enseignement », l'article de Cournot est assez loin d'une réflexion pédagogique sur le calcul des probabilités, qu'on ne trouve pas non plus dans l'*Exposition*, ni d'ailleurs dans aucun de ses textes publiés dans la *Revue de l'Instruction publique*, OC VII. Cournot ne semble pas s'être préoccupé de

développer l'enseignement du calcul des probabilités, au cours de sa longue carrière dans la haute administration de l'Instruction publique. On sait que le calcul des probabilités n'a été que très peu enseigné au XIX^e siècle. Il faut attendre la seconde moitié du XX^e siècle pour qu'il se développe vraiment à l'Université et qu'il figure au programme des lycées, et encore assez timidement. Seule l'École polytechnique gardera un cours de probabilités à son programme. On verra P. Crépel, « Calcul des probabilités : de l'arithmétique sociale à l'art militaire », dans B. Belhoste, A. Dahan, A. Picon, dir., *La Formation polytechnicienne (1794-1994),* Paris : Dunod, 1994, p. 197-215.

L'*Exposition* a toutefois joué un certain rôle pédagogique. En 1907, la Statistique Générale de la France (l'ancêtre de l'INSEE) mit le livre de Cournot au programme de son concours de recrutement (faute d'autres manuels disponibles présentant la théorie de Laplace). E. Carvallo, directeur des études à l'École polytechnique, signale dans la préface de son ouvrage, *Le calcul des probabilités et ses applications,* Paris, Gauthier-Villars, 1912, que ce fut un échec complet. Seuls les polytechniciens déjà formés au calcul des chances, réussissaient le concours. Les autres candidats, « quoiqu'ayant tout le loisir pour étudier l'ouvrage de Cournot qui leur avait été désigné longtemps à l'avance comme le but final de leur effort technique, n'entendaient rien aux Probabilités ». Et Carvallo ajoute : « Il faut conclure de cette épreuve que, malgré ses admirables qualités d'exposition, le Livre de Cournot est encore incompréhensible pour les personnes qui ne sont pas spécialement versées dans les Mathématiques. »

[9] Cournot revient dans tous ses ouvrages philosophiques sur la « génération des idées abstraites », e. g. *Essai*, OC II, chapitre XI. On peut voir sur ce point T. Martin, *op. cit.*

[10] On sait l'influence de Kant dans la philosophie de Cournot qui emprunte au philosophe allemand nombre de ses concepts. On peut voir à ce sujet T. Martin, *op. cit.*, ch. VII et les notes et commentaires des tomes II à V des *Œuvres Complètes*. Il peut s'agir également d'une concession obligée à certains des rédacteurs philosophes du *Lycée,* séduits par l'œuvre et la personnalité de Cousin (et de Kant).

[11] *Essai sur l'origine des connaissances humaines,* Amsterdam, P. Mortier, 1746, § 52.

[12] Voltaire, *Dictionnaire philosophique,* article Charlatan : « Les sciences ne pouvaient guère être sans charlatanerie… Y a-t-il une charlatanerie plus grande que de mettre les mots à la place des choses, et de vouloir que les autres croient ce que vous ne croyez pas vous-mêmes ? » Cournot donne un exemple de l'ignorance mathématique de Voltaire dans *Institutions,* OC VII, pp. 58-59, note 1. Il développe ce thème en divers endroits, notamment à propos de Condillac : « L'école de Condillac a absolument ignoré la nature des jugements synthétiques dont Kant parle si bien,… En voulant, dans sa *Langue des calculs*, montrer que toutes les mathématiques consistent en une suite d'analyses, Condillac a seulement montré qu'il n'entendait pas les mathématiques… » *Considérations,* OC IV, p. 301. On verra aussi É. Saigey, *Les sciences au XVIII^e^ siècle. La physique de Voltaire,* Paris, G. Baillière, 1873.

[13] Laplace, *Exposition du système du monde,* 1796, OC VI. Laplace expose, à sa manière, certaines thèses des idéologues dans l'*Essai philosophique sur les probabilités,* à partir de la troisième édition de 1816, voir les p. 170-190 de l'édition Bourgois.

Volney, *Voyage en Syrie et en Égypte pendant les années 1783, 1784 et 1785,* 2 tomes, Paris, Volland, Desenne, 1787.

Cabanis, *Des rapports du physique et du moral de l'homme,* 1799, 2e éd. revue et corrigée par l'auteur, Paris, Crapelet, Crapart, Caille et Ravier, 1805, etc.

Sur la diversité des idéologues, on verra Picavet, *op. cit.* note 5 *supra*, qui distingue au moins trois générations idéologiques aux innombrables ramifications. Que la philosophie des sciences ne touche guère au fonds positif des sciences est un thème classique cournotien, c'est même l'une de ses principales critiques du « positivisme », e. g. *Considérations,* OC IV, p. 412.

[14] Fichte, Schelling et Hegel, que Cournot apprécie peu et dont il ne paraît avoir qu'une connaissance réduite et indirecte, voir à ce sujet Jacques D'Hondt, « Hegel dans Cournot », *Études pour le centenaire de la mort de A. Cournot,* Paris, Economica, J. Vrin, 1978, p. 156-168.

[15] Sur l'Académie des sciences morales et politiques, voir Maurice Agulhon, « *1848 ou l'apprentissage de la République* », Paris, Seuil 1973, avec une postface de P. Boutry, Paris, Seuil (Points Histoire), 2002, ch. 1, et Sophie-Anne Leterrier, *« L'institution des sciences*

morales. L'Académie des sciences morales et politiques, 1795-1850 », Paris, l'Harmattan, 1995. Victor Cousin jeune a fait le voyage d'Allemagne et a correspondu avec Schelling et Hegel qui l'estimaient, voir e. g. Jean Wahl, *Tableau de la philosophie française,* Paris, Gallimard (Idées), 1962, p. 85.

[16] Développé dans *Institutions,* OC VII, chapitre VI, p. 55-66. Cournot s'inspire du livre de Lacroix, *Essais sur l'enseignement général et celui des mathématiques en particulier,* Paris, Courcier, 1805, 2[e] éd., *ibid.*, 1816, 3[e] éd., Paris, Bachelier, 1828, 4[e] éd., *ibid.*, 1838.

Pour toutes ces questions, on verra un article de R. Granderoute, « À propos de l'enseignement des sciences au XVIII[e] siècle où « Le mot d'*algèbre* n'effraie plus que les idiots » », in *Sciences, musiques, Lumières. Mélanges offerts à Anne-Marie Chouillet,* Ferney-Voltaire, Centre international d'études du XVIII[e] siècle, pp. 47-57, qui donne de nombreuses références dixhuitièmistes.

[17] C'est notamment le point de vue de Lacroix qui suit Moivre (*Doctrine of Chances*, 3[rd] ed., London, Millar, 1856, reprint New York, Chelsea, 1967), Huygens et les auteurs du XVIII[e] siècle, *Traité*, page 10 : « la probabilité mathématique se forme en divisant le nombre de chances favorables à l'événement, par le nombre total des chances ; mais il faut bien faire attention que toutes les chances comparées soient également possibles. » Cournot est d'une certaine façon plus moderne que Lacroix, mais assez proche de Condorcet : les chances sont mathématiques, abstraites, et le calcul se déroule à partir de leurs propriétés. C'est déjà un point de vue « axiomatique » qui sera adopté au siècle suivant. Peu importe que les chances soient ou ne soient pas vraiment « également possibles », elles sont égales entre elles par définition. Sur le calcul des probabilités chez Condorcet on verra B. Bru & P. Crépel (dir.), *Condorcet. Arithmétique politique. Textes rares et inédits (1767-1789),* Paris, INED, 1994.

[18] C'est une idée classique que l'on trouve chez Laplace, reprise par Lacroix qui cite Hume (*Traité*, p. 9, « il n'y a point de hasard si ce n'est l'ignorance où nous sommes des vraies causes »), d'où il résulte qu'une intelligence supérieure n'aurait pas besoin du calcul des probabilités, Lacroix, *Traité,* p. 5-6. C'est contre cette idée que Cournot forme sa propre théorie du hasard objectif, dix ans plus tard.

[19] De nouveau Cournot suit Lacroix mot à mot : il faut décomposer autant que possible les circonstances afin « de n'avoir à prononcer que sur des propositions d'une égale simplicité et d'une égale évidence », à l'exemple du jet d'un dé, dans lequel on n'a « aucune raison de s'attendre à le voir tomber sur une face plutôt que sur toute autre » (*Traité* p. 8-9). Cournot reprend cette présentation dans l'*Exposition*, p. 21. C'est en effet la façon la plus rapide et la plus commode d'introduire cette « abstraction bien simple » qu'est l'idée de chances idéalement équiprobables par hypothèse et que l'on conçoit clairement et idéalement ainsi. Du coup, le calcul des chances est abstrait et ses rapports avec le « monde réel » ne vont pas de soi, Condorcet avait déjà bien vu la difficulté. On verra aussi Buffon, *Essai d'arithmétique morale* in *Suppléments à l'Histoire Naturelle,* vol 4, Paris, 1777, X et XI, qui a certainement inspiré Laplace, Lacroix, comme Cournot.

[20] Ne se trouve pas dans Lacroix, c'est une des idées originales développées par Cournot dans l'*Exposition*, p. 29, sans doute reprise de Buffon, *Essai d'arithmétique morale* XXIII, ou de Fourier. Laplace a traité, dans la *Théorie analytique,* le problème de Buffon. Cournot peut l'avoir lu, mais il peut aussi avoir été frappé par un problème de probabilité géométrique que Fourier vient de résoudre par le « calcul des inégalités » : « Solution d'une question particulière du calcul des inégalités », *Bulletin des Sciences par la Soc. Philomatique de Paris,* juillet 1826, p. 99, OC II, pp. 317-319 et *Bulletin de Férussac,* VII (1827), p. 1-2. Fourier utilise l'expression *mesure de l'étendue* de la question pour probabilité du résultat. Dans son premier article sur ce sujet : « Sur le calcul des conditions d'inégalités annoncé par M. Fourier », *Bulletin de Férussac,* VI (1826), Cournot écrit déjà p. 4 : « L'aire du polygone est la vraie mesure de ce que M. Fourier a appelé *l'étendue de la question*, et qu'il se propose, dit-on, de rattacher au calcul des probabilités, sans doute pour traiter cette théorie sous le point de vue le plus général. » On trouve aussi une telle expression dans un contexte semblable chez Gergonne dès 1811. On sait que Cournot s'est intéressé aux applications mécaniques du « calcul des inégalités » de Fourier, dont il a tiré certaines des idées de sa thèse. Le calcul des inégalités est un sujet ancien, abordé déjà par Euler et Boscovich (1755) et que Laplace a pratiqué dès ses premiers mémoires probabilistes (1774-1776) pour déterminer le milieu qu'il faut choisir entre plusieurs observations lorsqu'on adopte comme critère que son écart absolu moyen à la véritable valeur soit un minimum (e. g. OC VIII, p. 42-43, IX, p. 476-479). Ces questions ont été reprises en général par Fourier au début des

années 1820, (*Oeuvres de Fourier* II, pp. 321-328) et ont attiré l'attention du jeune Cournot. Dans tous les cas, on est amené à considérer un ensemble convexe dont la mesure ou les sommets résolvent la question qu'on se pose. Ces procédures, dont les algorithmes sont simples mais les calculs inextricables, n'ont, semble-t-il, jamais été véritablement systématisées par Fourier, qui en avait cependant le projet. Elles sont reprises par divers auteurs au XIX^e siècle (dont Navier, Cournot et Ostrogradsky) et deviendront dans les années 1950, après la généralisation du calcul automatique, sous le nom de programmation linéaire, l'un des outils de base de la Recherche Opérationnelle. On verra, à ce sujet, les notes de l'article cité de Cournot sur le calcul des inégalités et F. Vatin, *Économie politique et économie rationnelle chez Antoine-Augustin Cournot,* Paris, PUF, 1998, chapitre I.

[21] Le sens technique de probabilité *a priori* et *a posteriori* a été fixé par Condorcet et Laplace, il se trouve dans Lacroix dans ce sens-là et sera repris dans l'*Exposition* et par la postérité. Mais on trouve déjà ces mêmes locutions chez Bernoulli, *Ars conjectandi*, p. 224, 226, dans un contexte plus large, non technique.

[22] Buffon *Essai d'arithmétique morale* XXIII, premier paragraphe, qui continue en proposant une étude « géométrique » du jeu de franc-carreau.

[23] Il s'agit de la théorie de Condorcet-Laplace reprise par Lacroix.

[24] Est-ce une faute typographique ? Pascal emploie *parti* et non *partie* au sens de juste partage, voir le début de l'extrait reproduit plus loin, donné en entier dans l'*Exposition* p. 62. Lacroix précise bien, (*Traité* p. 105, note) : « Ce serait une faute de dire la règle des *parties* » et renvoie aux Oeuvres de Pascal.

[25] Huygens : *De Ratiociniis in Ludo Aleae*, Leyde, Elsevier, 1657, OC XIV, p. 49-91, reproduit en première partie avec des notes dans l'*Ars Conjectandi* de Jacques Bernoulli, Basileae, Impensis Thurnisiorum, Fratrum, 1713, reprod. Bruxelles, Culture et Civilisation, 1968, traduction française annotée par Norbert Meusnier, CAMS, Paris, EHESS, décembre 1992. Il s'agit du premier traité « moderne » de théorie des chances.

[26] Cournot change de registre, il suit un principe de droit classique au XVII^e siècle. On verra, à ce sujet, l'article fondamental d'Ernest Coumet, « La théorie du hasard est-elle née par hasard ? », *Annales Économies, Sociétés, Civilisations,* 3 (1970), p. 574-598, qui a véritablement révolutionné les études historiques et philosophiques sur le calcul des probabilités. Rappelons qu'Ernest Coumet, directeur d'études à l'EHESS, l'un des philosophes des sciences les plus profonds de sa génération, a notamment créé en 1982, avec le concours de Marc Barbut et Georges Guilbaud, le Séminaire d'histoire du calcul des probabilités de l'EHESS. On verra également le livre de Lorraine Daston, *Classical probability in the Enlightment,* Princeton University Press, 1988, qui reprend et développe des idées semblables.

Une égalité de chance est une égalité de droit et de « valeur vénale ». Ce paragraphe sera repris dans un des chapitres les plus originaux de l'*Exposition*, le chapitre V auquel on se reportera. Ce nouveau point de vue est présenté également par Lacroix (*Traité*, p. 102-103) qui suivait peut-être Moivre (*Doctrine of chances*, p. 3) et les travaux de Condorcet, lesquels dérivent sans doute de ceux de Nicolas Bernoulli. Voir sur ce sujet, B. Bru & P. Crépel *op. cit.* note 1 et l'article de F. Vatin, « Juste jeu et juste prix : Bergery, Cournot et le « marché aléatoire » », *Mathématiques et Sciences Humaines,* 158 (2002), p. 5-29.

[27] Premier emploi chez Cournot de la locution « événement aléatoire » qu'il a sans doute construite à partir des « instruments aléatoires » de Lacroix (*Traité* p. 8), mais surtout à partir des « contrats aléatoires » du Code civil de 1804 et du droit romain. Comme on le sait, cette expression, reprise dans l'*Exposition* (e. g. p. 22), a été consacrée par l'usage qui l'a adoptée en remplacement d'expressions plus anciennes, « événement fortuit », ou événement contingent. Cournot a obtenu sa licence en Droit en 1827.

[28] Présentation caricaturale de la théorie asymptotique de Condorcet dont Cournot semble ignorer la richesse, mais qu'il expose fort bien au chapitre III de l'*Exposition,* et qu'il utilise au chapitre IV pour donner une consistance phénoménale à la théorie des chances.

[29] Cournot reprend la même citation dans l'*Exposition* (p. 62, note 1) ; il précise qu'elle est extraite d'un « petit écrit latin adressé en 1654 à une réunion libre de savants, *Celeberrimae matheseos Academiae Parisiensi.* » : « la fortune incertaine y est si bien maîtrisée par *l'équité du calcul* qu'à chacun des joueurs on assigne toujours *ce qui s'accorde avec le droit* exactement. Et c'est là, certes, ce qu'il faut d'autant plus chercher par le raisonnement qu'il est moins possible d'être renseigné par *l'expérience*… C'est pourquoi la question a été incertaine

jusqu'à ce jour ; mais maintenant, demeurée rebelle à *l'expérience*, elle n'a pu échapper à l'empire de la raison. »

[30] Dans la préface de l'*Exposition* (p. 5) Cournot écrit au contraire : « le terme de *probabilité* a été la source de tant d'équivoques que j'avais eu d'abord l'intention de l'éviter tout à fait, pour n'employer, selon les cas, que les expressions de *chances* et de *possibilité* ». Le mot possibilité est utilisé par d'Alembert, Laplace au sens physique suivant Bernoulli et Huygens, que Cournot finira par adopter en le précisant à sa façon dans l'*Exposition*. Lacroix l'utilise dans l'expression « jugement de possibilité » qu'il emprunte à Hume (*Traité*, p. 8, 65) et qui prend dès lors un tout autre sens que Cournot semble contester ici et contestera davantage encore dans l'*Exposition*, p. 62.

[31] Laplace, *Essai philosophique sur les probabilités,* premier principe (p. 38 de l'édition Bourgois).

[32] Le « signe », dira Cournot dans l' *Exposition* (p. 11), a pour but de soulager la pensée.

[33] Condorcet : *Essai sur l'Application de l'analyse à la probabilité des décisions,* Paris, Imprimerie Royale, 1785, reprint, New York, Chelsea, 1972, « Discours préliminaire ». La théorie de la probabilité-motif de croire de Condorcet est fort complexe et Lacroix n'en donne qu'une version édulcorée dans son *Traité*, p. 61-65. Il ne semble pas que Cournot ait pris la peine de se reporter à l'original. Il se contente ici de critiquer la version de Lacroix qui suit Hume de près (*op. cit. infra* note 39), en intégrant bon gré mal gré certains passages de Condorcet. Pour une discussion de la théorie de Condorcet on verra naturellement Bru & Crépel, *Condorcet. Arithmétique politique. Textes rares et inédits (1767-1789),* Paris, INED, 1994.

On peut déjà noter que Condorcet ne « définit » pas la probabilité comme « le motif de croire ». Il « démontre » que la probabilité mathématique peut fournir dans certaines circonstances une évaluation cohérente du motif de croire, ce qui est bien différent de ce que dit Cournot ici en suivant Lacroix. La définition de la probabilité comme motif de croire se trouve en revanche chez Poisson, fidèle jusqu'au bout à l'école laplacienne, *Recherches sur la Probabilité des Jugements…*, Paris, Bachelier, 1837, ce qui a beaucoup nui à son traité, l'un des plus remarquables de toute l'histoire du calcul des probabilités. On sait que Poisson ne sépare pas les concepts abstraits de leurs contreparties « réelles », de sorte que traiter de probabilité mathématique-motif de croire n'est pas incompatible avec son épistémologie habituelle.

[34] Ce n'est pas un axiome chez Condorcet, mais un « risque » consenti dans une circonstance particulière. C'en est un, peut-être, chez Buffon (*op. cit.* note 19, XX), dont Condorcet se démarque (*op. cit.* note 33, Discours préliminaire, p. 72 et suivantes). C'en est un également chez Lacroix (*Traité*, p. 1-9 et 61-65) que Cournot suit ici. La suite est d'ailleurs conforme au Discours préliminaire de Condorcet (p. 8), qui utilise en effet le théorème de Bernoulli de la façon indiquée par Cournot.

[35] Là encore ce n'est pas une « évidence » chez Condorcet mais une proposition (la troisième, Discours préliminaire, p. 7), qu'il s'agit de démontrer à partir d'autres propositions et d'un principe, la certitude née de la permanence de nos sensations.

[36] Humour cournotien à double détente, la clarté algébrique et pédagogique de Lacroix masquant son opacité épistémologique. Il s'agit là d'un exemple parmi d'autres du classique paradoxe pédagogique, dont Bourbaki fait grief à Pascal : « Grâce au prestige d'une langue incomparable, Pascal arrive à créer l'illusion de la parfaite clarté. » (*Éléments d'histoire des mathématiques,* nouvelle éd., Paris, Hermann, 1974, p. 215, note **). Kant déjà opposait la clarté discursive (logique) à la clarté intuitive (esthétique), et, ironisant sur cette seconde forme, indiquait que « bien des livres auraient été beaucoup plus clairs s'ils n'avaient pas voulu être si clairs » (*Critique de la raison pure*, préface à la 1e édition).

[37] C'est précisément le problème que s'est posé Condorcet (quelle est la nature du motif que nous avons de croire qu'un événement de forte probabilité va se produire ?) et celui qui retient l'attention de Cournot. Sur toutes ces questions, voir Bru & Crépel, *op. cit.* note 33.

[38] Condorcet ne dit rien de tel, c'est Lacroix qui le dit (*Traité* p. 3-6) suivant Hume qu'il cite mais que Condorcet ne cite pas. La question de savoir si le système de Condorcet dérive ou non de celui de Hume, est d'ailleurs encore actuellement l'objet de discussions.

Condorcet admet bien comme premier principe de connaissance la permanence de nos sensations : si tel fait a toujours suivi tel autre, si ce dernier se produit nous sommes portés à croire que le premier surviendra bientôt. Mais il n'admet pas pour autant, sans preuve, qu'un événement qui réunit plus de chances de son côté est plus crédible qu'un autre qui serait moins chanceux (ce que Hume et Lacroix admettent et que Cournot semble ici lui faire dire). Il entend démontrer au contraire comment cette sorte de crédibilité se ramène au premier principe dont il s'agit. Ce n'est pas parce qu'un événement est probable qu'il y a lieu de croire en son arrivée, cela n'aurait d'ailleurs aucun sens puisque la probabilité est une fiction abstraite ou une convention. C'est parce que nous croyons avec certitude qu'un événement qui ne s'est jamais démenti va se produire encore (la fameuse constance des lois naturelles ou notre croyance en l'existence de notre corps et du lever du soleil demain), et parce que la théorie mathématique des probabilités, notamment la doctrine des probabilités *a posteriori*, donne à la production d'un tel événement une immense probabilité, qu'en retour nous croyons qu'un événement qui a une immense probabilité va se produire effectivement et par suite que la théorie des probabilités a quelque chose à voir avec la croyance en des événements futurs et donc en la conduite de la vie.

Le système de Lacroix est plus simple, plus pédagogique, mais sans doute plus contestable : nous croyons que, d'une urne contenant une boule noire et 999 blanches, on tirera certainement une noire, nous croyons aussi en la constance des lois naturelles, Hume et Condorcet nous disent que c'est la même chose, que la croyance est de même nature, c'est une preuve suffisante qu'il en est bien ainsi. Du coup la théorie des chances, qui nous dit que la probabilité de tirer une boule blanche de l'urne dont il s'agit est 0,999, ce qui est assurément grand, a quelque chose à voir avec le système de nos croyances, etc. On conçoit que Cournot ne s'en satisfasse pas, comme Condorcet ne s'en était pas satisfait, voir à ce sujet Bru & Crépel *op. cit.* note 33.

Notons que Cournot procède de façon entièrement parallèle à la façon de Condorcet au chapitre IV de l'*Exposition*, p. 57-58, lorsqu'il écrit par exemple : « la coïncidence de la pointe de l'instrument et du véritable centre [si l'artiste fixe à la main le centre d'un cercle déjà tracé] est un événement complètement assimilable à l'extraction d'une boule blanche par un agent aveugle, quand l'urne renferme une seule boule blanche et une infinité de boules noires. *L'événement physiquement impossible est donc celui dont la probabilité mathématique est infiniment petite* ; et cette seule remarque donne une consistance, une valeur objective et phénoménale à la théorie de la probabilité mathématique. » Qu'on remplace « la détermination à la main du centre d'un cercle » par « le non lever du soleil demain alors qu'on a observé son lever chaque jour depuis la création du monde », qu'on substitue Condorcet à Cournot, la doctrine de la probabilité *a posteriori* à la doctrine des chances, dans les deux cas les événements dont il s'agit sont assimilables au tirage en aveugle d'une boule blanche dans un océan de boules noires. D'où l'on conclut, non pas que le soleil se lèvera, ou bien que l'artiste ratera le vrai centre (de cela on est assuré, qu'on soit Cournot ou Condorcet), mais bien que tout événement de probabilité mathématique très petite est physiquement impossible chez

Cournot, ou humainement impossible chez Condorcet. Ajoutons que dans le cas de Cournot l'urne est constituée « par assimilation », dans celui de Condorcet, elle est « moyenne », et qu'on ne peut pas en sortir, le cercle se referme toujours à un moment ou à un autre. Pour Cournot, les chances, les boules de l'urne abstraite de Cournot, sont assimilées aux génératrices d'un cône pesant en équilibre sur la pointe, et le hasard intervient de façon mécanique, dynamique, par rencontre de causes indépendantes. Pour Condorcet, les chances, les boules de l'urne moyenne de Condorcet, sont assimilables à la réalisation des événements, successivement, sur le très long terme, *via* la formule des probabilités *a posteriori*. Le hasard n'a plus alors d'existence physique (d'ailleurs rien n'a vraiment d'existence en soi), ce n'est que la suite de nos sensations. À partir de là, qu'on soit Condorcet ou Cournot, en utilisant le théorème de Bernoulli et ses extensions, on peut légitimer toutes les applications du calcul des chances. Comme on sait, il s'agit là des deux grandes interprétations de la théorie des probabilités, tirées de la nature des choses, le comportement de certains systèmes dynamiques pour Cournot, la théorie des observations répétées, des collectifs pour Condorcet. Auxquelles il faut ajouter toutes les interprétations « subjectives », personnelles ou sociales, présentes chez Cournot comme chez Condorcet et Pascal qui rationalisent la conduite de la vie en situation d'incertitude.

[39] La citation est tirée de Lacroix (*Traité,* p. 6) qui cite en note *Essais philosophiques sur la probabilité*. Il s'agit de la traduction française (1758, …) des *Philosophical Essays concerning human understanding,* Londres, 1748, section VI « Of probability », que Lacroix recopie souvent mot à mot. Voir *Enquête sur l'entendement humain,* traduction annotée de A. Leroy, Paris, Aubier, 1947, p. 104.

[40] Cournot juge bien : la théorie de la probabilité de Lacroix « ne semble pas très lumineuse », en dépit de « sa clarté ». On conçoit clairement l'idée de « chance », on conçoit clairement l'idée de « probabilité-motif de croire ». Le lien entre les deux est assuré par un « mécanisme inexplicable de la nature » selon Hume, ce qui revient à ne rien dire. Condorcet, pour sa part, affirmerait, selon Lacroix, que tout dérive d'un seul « fait », notre croyance en la constance des lois naturelles, qui résulte de la permanence de nos sensations (le soleil s'est toujours levé, nous croyons donc qu'il se lèvera encore). Mais Lacroix ne précise pas le raisonnement de Condorcet, ce qui revient à dire que Condorcet pense qu'il y a identité entre chance et motif de croire et que par conséquent nous croyons aux propositions probabilisées par le calcul des chances et réciproquement.

Tout le XIX^e siècle reprendra la critique de Cournot, que du reste d'Alembert et Condorcet avaient déjà mise en avant : si l'on définit la probabilité à partir des cas également possibles, ou que l'on postule tels, comment conclure, sans cercle vicieux, qu'un événement de grande probabilité est physiquement certain ou moralement certain, et le XX^e siècle abandonnera officiellement le concept de « chance » conçu comme une abstraction tirée des cas également possibles des jeux de hasard. La probabilité mathématique est une « mesure » positive de masse totale un, elle n'a nul besoin de la fiction des cas également possibles pour exister, même si elle se pense (en secret) de la sorte. Ce qui, on le sait, n'améliore en rien la situation au plan pédagogique, comme au plan philosophique. Heureusement, nous précise Cournot, tout cela n'affecte pas la théorie mathématique elle-même, qui travaille sur des chances abstraites, ni même, et c'est plus étrange, ses applications, comme on peut le constater en les examinant. La théorie classique relève de la *raison pratique* qui assume ses éventuelles contradictions théoriques, pourvu qu'elles soient vraiment pratiques. Nous sommes en 1828 et l'on n'a pas encore mis en doute radicalement l'applicabilité même du calcul des chances à quoi que ce soit. Comment une théorie aussi peu fondée pourrait-elle s'appliquer ? Comment des applications si douteuses pourraient-elles valider la théorie ?

Notons que l'*Exposition* traite au chapitre V de la « valeur vénale des chances », un thème qui sera notamment mis en avant par Borel au début du XX^e siècle, e. g. *Valeur pratique et philosophie des probabilités op. cit.* note II. Et l'on sait que Cournot lui-même développera ce thème dans ses ouvrages successifs jusqu'au dernier *Matérialisme,* OC V, p.185-186, où le paradoxe de Pétersbourg trouve sa solution pratique dans l'impossibilité qu'il y aurait de trouver un client assez fou pour régler le prix du billet plus que de raison, le cours de ce dernier s'établissant au gré du marché. En revanche, Cournot n'utilise plus la locution « raison pratique », qui pourrait interférer malencontreusement avec sa propre théorie de la raison des choses. Notons que le recours à la raison pratique est relativement courant à la fin du XVIII^e siècle et au début du XIX^e siècle, chez les idéologues. On verra par exemple Cabanis, *Du degré de certitude de la médecine,* Paris, Firmin Didot, 1796, p. 40, 116-117, qui recourt à la notion de « certitudes pratiques » dont il faut se contenter pour les choses de la vie, (mais qui doute fort qu'un calcul des probabilités soit possible ou nécessaire dans ce cas, *ibid.* p. 144. Notons cependant que Cabanis, même s'il n'en fait guère usage pour lui-même, affirme ne pas rejeter *a priori* l'application du calcul des probabilités de Condorcet et Laplace aux « questions et aux événements moraux », e. g. *Rapports du physique et du moral de l'homme*, 2^e éd., 2 vol., Paris, Crapelet, 1805, vol. 1, préface, p. xij).

Cournot pourrait avoir eu connaissance du livre de D. Hartley, *Observations on Man, His Frame, His Duty, and His Expectations*, 2 vol., London, 1749, traduction française de R. A. Sicard, an X – 1802, tome II, section II, p. 151 : « Aucun sceptique ne sera, dans le fait, assez absurde pour appliquer 2 à 1, lorsque la doctrine des chances détermine la probabilité égale de chaque côté, et l'on peut par conséquent assurer qu'il donne, au moins, un assentiment pratique à la doctrine des chances. » Cela, toutefois, paraît assez douteux. Sur les liens entre Hartley, Hume, et Moivre on verra le livre de L. Daston, *Classical Probability in the Enlightment,* Princeton University Press, 1988. Lacroix ne cite jamais Hartley, Condorcet non plus. Pour sa part, Royer-Collard considère que le « syncrétisme » philosophique de Laplace est un mélange de Locke, Leibniz, Reid, Condorcet, avec une préférence pour Hartley et les physiologues, (cf. *Les Fragments Philosophiques de Royer-Collard,* A. Schimberg éd., Paris, F. Alcan, 1913).

[41] Le sensualisme ne fondant en rien le calcul des chances, ce dernier dont la valeur pratique est hors de doute, n'en dépend donc en aucune façon et il n'y a pas lieu de craindre qu'il porte atteinte à la dignité de l'homme ni à la saine philosophie, prompte à dénoncer l'immoralité fondamentale du siècle philosophique précédent, à l'exemple de Royer-Collard, premier titulaire de la chaire de philosophie créée en 1809 à la Sorbonne, qui s'interroge : « La morale de la sensation n'est-elle pas toute dans le principe abject des intérêts sensibles ? », « Est-ce dans la sensation, qu'est tracée la règle éternelle des droits et des devoirs ? ». Voir à ce sujet A. Schimberg, *op. cit.* note précédente.

[42] Dans l'*Exposition*, Cournot conclut au contraire que lorsque le nombre des épreuves est peu considérable, « les formules données communément pour l'évaluation des probabilités *a posteriori* deviennent illusoires » (p. 288), ce qui le conduit « à envisager la doctrine des probabilités *a posteriori* tout autrement que ne l'ont fait des hommes justement célèbres » (p. 5), ce à quoi il avoue attacher un certain prix, (p. 4).

[43] Première mention de la nécessité de la « critique philosophique » dans les applications du calcul des chances. C'est là le but principal de l'*Exposition*, soumettre le calcul abstrait des chances à une critique philosophique assez fine pour légitimer ses applications au monde réel, voir *Exposition*, début du chapitre IV, p. 53. Un thème résolument moderne, en remplaçant « critique philosophique » par « méthodologie statistique ».

[44] Dès 1828, Cournot est donc partisan des thèses vitalistes qu'il soutiendra constamment jusqu'à *Matérialisme*, OC V, p. 53 : « plus les observations se précisent scientifiquement, plus on est porté à croire que ce sont bien deux mondes différents [le monde physique et le monde de la vie], ayant leurs lois propres, sans que l'on puisse concevoir le passage de l'un à l'autre par voie de développement graduel et de progrès continu. »

[45] Laplace : *Essai philosophique sur les probabilités,* (p. 32-33 de l'édition Bourgois). Cournot adopte ici le « déterminisme laplacien généralisé », les lois de la nature agissent suivant des rapports fixes et constants, dès lors qu'on leur laisse le temps de se « déployer ». C'est le cas du taux de masculinité qui ne dépend que des lois biologiques, ainsi que le précise Cournot juste après, note suivante.

[46] L'exemple du taux de masculinité est traité par Lacroix (p. 173) qui en fait l'historique. Selon Cournot, le taux de masculinité étant déterminé absolument par les lois biologiques, le calcul des probabilités peut le situer très précisément, au vu d'observations nombreuses, avec une grande probabilité (calculée par Laplace avec 72 chiffres significatifs). Cournot traite cette question dans de plus grands détails dans l'*Exposition*, p. 195-204. Il est alors moins optimiste sur la précision et la constance des lois qui régissent les phénomènes de la nature organique.

Comme on sait, le taux de masculinité, conjointement avec le rapport de la population aux naissances des administrateurs-savants, soumis à la théorie analytique des probabilités de Laplace, sont les emblèmes et les modèles de la nouvelle statistique, que l'Académie des sciences entend encourager et développer, par le moyen du prix Montyon de statistique. On relira à ce sujet le programme de ce Prix, lu par Fourier à l'Académie des sciences, lors de sa séance du 5 janvier 1818, (PV Institut, VI, p. 257-259), qui précise : « Les richesses d'un État, sa population, les usages publics, les arts, enfin presque tous les objets que la statistique considère et qu'elle décrit à une certaine époque, peuvent subir des changements très sensibles dans l'intervalle de quelques années, en sorte qu'il paraîtrait nécessaire de renouveler sans cesse les premières recherches ; mais on doit faire à ce sujet une remarque importante. La plupart de ces éléments variables conservent entre eux une relation que l'expérience fait connaître, et qui subsiste toujours ou du moins pendant un laps de temps considérable. » (Sur les prix Montyon de statistique de 1819 à 1831, on verra l'étude de E. Brian, « Le prix Montyon de l'Académie royale des sciences pendant la Restauration », *Revue de Synthèse,* 112 (1991), p. 207-236).

Dans le même temps, et on le devine à la lecture de la fin de la citation précédente, on commence à douter sérieusement de la constance absolue ou relative des « rapports » mis en avant par la statistique, notamment le rapport de la population aux naissances, et, du même coup, la « remarque fondamentale » qui devient, plus loin, dans le progamme dont il s'agit, l'un des « principes » fondateurs de la statistique, est quelque peu mise en doute, particulièrement dans l'ordre moral, mais aussi dans l'ordre physique, avec les critiques de l'uniformisme par les transformismes savants, et symétriquement le rejet indigné des variations anarchiques de ces soi-disant constantes statistiques par les déterminismes triomphants. Les constantes de la statistique sont trop constantes ou ne le sont pas assez. De sorte qu'on assiste dans les années 1830 à la fois à la naissance du queteletisme dont on sait l'importance et la postérité, et à la remise en cause, souvent radicale, de la statistique dans son ensemble. La statistique est trop adulée et trop haïe pour se développer sereinement au XIX^e^ siècle, et Cournot, qui critique si intelligemment les excès de dévotion des statisticiens et les interdits dogmatiques des nouveaux positivistes, ne sera lu et apprécié ni des uns ni des autres. Ces questions ont été fort bien traitées par S. M. Stigler, *The History of Statistics. The Measurement of Uncertainty before 1900,* Cambridge, The Belknap Press of Harvard University Press, 1986, et *Statistics on the Table. The History of Statistical Concepts and Methods,* Cambridge, Harvard University Press, 1999, et T. M. Porter, *The Rise of Statistical Thinking 1820-1900,* Princeton, Princeton University Press, 1986, et *Trust in Numbers. The Pursuit of Objectivity in Science and Public Life, ibid*., 1995. On verra également A. Desrosières, *La politique des grands nombres. Histoire de la raison statistique,* Paris, La Découverte, 1993, 2000, E. Brian, *La mesure de l'Etat : Administrateurs et Géomètres au XVIII^e^ siècle,* Paris, Albin-Michel, 1994, et T. Martin (dir.), *Arithmétique politique dans la France du XVIII^e^ siècle,* Paris, INED, 2003. Pour une analyse mathématique fine de l'affaire des taux de masculinité et de la variabilité des rapports, on se reportera aux chapitres 15 et 16 de l'important ouvrage de A. Hald, *A History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930,* New York, J. Wiley & Sons, 1998.

[47] Déterminer les constantes physiologiques par le calcul et l'observation va se heurter très vite à l'extrême variabilité des plus simples d'entre elles, le taux de masculinité en particulier. Ce qui conduira notamment Claude Bernard à rejeter toute idée d'application de la statistique en physiologie, cf. *Introduction à l'étude de la médecine expérimentale,* Paris, G. Baillière,1865, reproduction Bruxelles, Culture et Civilisation, 1965, Paris, Flammarion (Champs), 1984.

[48] Cournot reprend et développe la même analyse dans l'*Exposition*, p. 204-205. C'est parce que les individus sont exposés à des circonstances particulières dont certaines engagent leur libre arbitre, qu'il faut réunir un plus grand nombre d'observations, de sorte que leurs effets se compensent et ne laissent finalement subsister que les causes permanentes et fatales. On trouve la même idée dans un beau texte de Fourier reproduit dans les *Recherches statistiques sur la Ville de Paris, Année 1821,* Paris, 1823, « Notions générales sur le population », p. 40-41 : « les causes multipliées qui influent sur le nombre des décès rendent ces nombres plus inégaux, et pour compenser les différences dans le calcul de la valeur moyenne, il est

nécessaire d'y faire concourir les observations d'un plus grand nombre d'années… ». Fourier (1768-1830) avait été préfet de l'Isère de 1802 à 1815. Rallié à l'Empereur pendant les Cent jours, il avait été démis de toutes ses charges, lors de la seconde Restauration. Pour lui procurer quelque argent, son ancien élève et compagnon en Égypte, Chabrol de Volvic (1773-1843), préfet de la Seine, l'avait nommé en 1820 à la direction supérieure du Bureau de la statistique de la Préfecture, au traitement annuel de 6000 francs. Fourier conserva cette direction « supérieure » jusqu'à sa mort. Ce n'était toutefois pas un emploi fictif. Fourier rédigea en introduction des *Recherches* de très remarquables exposés de théorie statistique, et notamment dans les deux volumes de 1826 et 1829, une introduction à la théorie laplacienne qui n'a pas d'équivalent à l'époque et dont Cournot s'inspirera pour son *Exposition* de 1843, (ces textes sont reproduits dans les *Œuvres de Fourier* II, p. 525-590). Une partie de ces textes est issue des cours de calcul des probabilités professés par Fourier en 1818 à l'Athénée, dont les minutes sont déposées au Département des manuscrits de la Bibliothèque nationale (MFF 22515, où l'on note que Fourier expose, sans doute le premier au monde, le grand théorème de Laplace de 1810, en suivant la démonstration originale basée sur la première formule d'inversion, p. 61 et 72 du manuscrit. Cette démonstration sera reprise en 1824 et 1829 par Poisson. Nous ne savons pas qui a suivi le cours de Fourier). Mais Fourier participa aussi très activement aux travaux de la commission chargée de la rédaction des 4 premiers volumes des *Recherches statistiques sur la Ville de Paris*, qui ont paru de 1823 à 1829. Cette commission était composée de Frédéric Villot, chef du bureau, Quentin et Gounod, membres (voir e. g. A. Moreau de Jonnès, *Éléments de statistique,* Paris, Guillaumin, 1847, p. 95). Benoiston de Chateauneuf fit un compte rendu très élogieux des deux premiers tomes dans le *Bulletin de Férussac,* (1824) et l'on peut penser que les *Recherches* ont été lus. C'est Fourier, semble-t-il, qui proposa qu'on adoptât une présentation systématique en tableaux, qui fut reprise par toutes les grandes statistiques européennes analogues et notamment les *Comptes généraux de la justice criminelle en France,* qui commencent à paraître en 1827, pour l'année judiciaire 1825, et dont on sait le rôle déterminant dans l'œuvre statistique de Guerry, Quetelet, Poisson, Cournot, Bienaymé et tant d'autres. Ces *Comptes* contrediront d'ailleurs bientôt l'affirmation *a priori* formulée ici par Cournot (et par Fourier). Les statistiques humaines ne sont généralement pas plus dispersées que les autres, au contraire, elles le sont souvent moins, ce qui jettera un doute sur toute la théorie. Le problème très complexe de la variabilité des chances dans les sciences humaines est en effet la pierre d'achoppement du calcul laplacien des probabilités à partir de 1830. Sur ce point, on verra S. M. Stigler, *The History of Statistics, op. cit. supra* note (46), deuxième partie.

Notons que les statistiques « morales » commencent à être à la mode au moment où Cournot rédige son texte, et le seront bien davantage encore dans les années 1830-1840.

Comme le fait très justement observer T. Porter, *The Rise of Statistical Thinking 1820-1900, op. cit.* note (46), p. 49, la section 6 du *Bulletin de Férussac,* consacrée aux « sciences géographiques », rend compte, dès ses premiers tomes, des recherches de statistiques morales, sous la plume d'Aubert de Vitry, son rédacteur principal jusqu'en 1829. Il est vraisemblable que Cournot ait lu certains de ces comptes rendus avant 1828.

[49] Il s'agit de la théorie des causes constantes de Laplace que Cournot a pu lire dans l'*Essai philosophique sur les probabilités* (p. 77-81, reprenant un texte de jeunesse de 1780, OC 9, p. 385), qui dans le cas de la mortalité s'applique difficilement. L'*Exposition* montrera à cet égard plus de pénétration. Cournot est sans doute sous l'effet de la lecture de Lacroix qui, par un souci pédagogique constant et méritoire, ignore résolument toute espèce de difficulté aussi bien dans l'exposition de la théorie que dans celle de ses applications. Il existe à la Bibliothèque de l'Institut une lettre de Quetelet à Lacroix, datée du 26 octobre 1825, dans laquelle Quetelet écrit : « C'est en enseignant à mes élèves votre traité élémentaire du calcul des probabilités que l'idée m'est venue de construire une table de mortalité de Bruxelles. » (ms 2396, voir aussi la lettre du même au même datée du 18 juillet 1827). On trouve d'ailleurs de nombreuses traces du *Traité élémentaire* de Lacroix dans les *Lettres sur la Théorie des probabilités appliquée aux sciences morales et politiques,* de Quetelet, Bruxelles, Hayez, 1846.

On ne sait pas de façon précise quand Laplace a pris conscience de ce que sa théorie asymptotique des probabilités rendait compte mathématiquement de cette idée fort ancienne que les causes naturelles sont rarement pures et que souvent elles ne peuvent s'incarner qu'entourées de flou et d'incertain. On trouve naturellement de telles idées chez les Grecs, les stoïciens notamment, mais elles ont été adoptées et diffusées assez largement par les savants du XVIII^e^ siècle lorsqu'ils ont tenté de réduire les erreurs d'observation, un thème d'actualité pour la nouvelle astronomie de précision. Selon eux, il existe deux types d'erreurs, celles qui sont dues aux « causes physiques constantes », par exemple un biais systématique de l'un des instruments, que l'on peut corriger, et les autres, dites « inévitables », qui tiennent aux mille circonstances particulières des observations et qui relèvent du calcul des chances. Cette façon de théoriser les observations se rencontre par exemple chez les Académiciens des grandes expéditions astronomiques de la première moitié du XVIII^e^ siècle, Maupertuis, La Condamine, ou Bouguer (notamment de ce dernier, le très remarquable traité, *La Figure de la Terre, déterminée par les observations…,* Paris, Jombert, 1749, p. 195. On verra également à ce sujet, H. Lacombe et P. Costabel, dir., *La figure de la Terre du XVIII^e^ siècle à l'ère spatiale,* Paris, Gauthier-Villars, 1988, p. 223-229). Le jeune Laplace s'est lui-même intéressé à la théorie des observations, dès 1772, et ce langage lui est familier, il l'utilise dans ses premiers mémoires sur les erreurs (1772-1780). Une seconde origine attestée de la théorie des causes constantes est, on le sait, la physico-théologie démographique du pasteur Süssmilch, qui paraît avoir inspiré directement la théorie des « successions fortuites des choses naturellement contingentes » de Daniel Bernoulli, l'un des maîtres de Laplace, (on verra D. Bernoulli, *Novi Comm. Acad. Petrop.,* 14 pour 1769, (1770), p. 26-45, OC II, p. 326-338, et 15 pour 1770 (1771), p. 3-28, OC II, p. 341-360, la belle thèse de J.-M. Rohrbasser, Paris, EHESS, 1997 et du même auteur, *Dieu, l'ordre et le nombre. Théologie physique et dénombrement au XVIII^e^ siècle,* Paris, PUF, 2001, et B. Bru, « De la physico-théologie démographique à la physique statistique » in T. Martin (dir.), *Arithmétique politique dans la France du XVIII^e^ siècle,* Paris, INED, 2003, p. 71-88). Laplace a sans doute été influencé également par certaines pages de Buffon, qui transpose la classification académique des causes auxquelles sont soumises les observations et les mesures physiques, à tous les phénomènes de la nature, par exemple au § X de l'*Essai d'arithmétique morale,* 1777. Sensiblement à la même époque, Lamarck, soumis aux mêmes influences, a fait siennes de telles considérations et s'y est tenu avec une belle constance, par exemple, *Annuaire météorologique,* tome 3, an X, p. 131 : « Parmi les causes qui agissent sur les fluides composant l'atmosphère céleste on distingue les causes inconstantes et irrégulières et les causes constantes et régulières (action des astres, lune et soleil surtout) », ou bien *Annales de statistique,* tome I, an X, « Météorologie statistique », p. 123-129, ou encore *Histoire naturelle des animaux sans vertèbres, ...,* 7 vol., Paris, Deterville, 1815-1822, vol I, p. 132-133, et *Système analytique des connaissances positives de l'homme,* Paris, Belin, 1820, p. 42-43, etc. Lamarck a été membre de la première Société de statistique, fondée en 1802 par L. J. P. Ballois, on verra à ce sujet la contribution de K. Hildebrandt dans T. Martin *op. cit. infra*, 2003, p. 456-457, et O. Sheynin, « On the History of Statistical Method in Meteorology », *Arch. Hist. Exact Sci.,* 31 (1984), p. 53-95, qui analyse la notion de hasard chez Lamarck.

Dans la nature, certaines causes sont constantes, d'autres variables, accidentelles, intermittentes, et la variabilité des résultats d'un jeu de hasard comme celle des individus d'une même espèce en sont des exemples frappants, qui fourniront aux théories transformistes du XIX^e^ siècle d'importants éléments explicatifs. La nouveauté laplacienne (dont Cournot ne paraît pas avoir pris toute la mesure en 1828) n'est pas de recopier une fois encore de tels constats mais de montrer que le nouveau calcul des probabilités les transforme en autant d'énoncés mathématiques, d'applications numériques aussi précises qu'on le voudra, et, du même coup, modifie la philosophie du calcul classique des probabilités, ce que Cournot, plus qu'un autre, comprendra et exposera bientôt.

On sait d'autre part que la théorie des causes constantes devient au XIX^e^ siècle, indépendamment du calcul laplacien, l'un des fondements des études de statistique morale, e.

g. Quetelet, *op. cit.,* Bruxelles, Hayez, 1846, troisième partie. Sur ce point, qui ne va pas de soi, on verra les livres de S. M. Stigler, *The History of Statistics,* Harvard, 1986 et de T. M. Porter, *op. cit.* note précédente, et un article de Marie-France Bru, « La statistique critiquée par le calcul des probabilités : deux manuscrits inédits d'Irenée Jules Bienaymé », *Revue d'histoire des mathématiques,* 3 (1997), p. 137-239 (e.g. note 11, p. 179-183).

[50] Dans ce contexte, une telle expression est courante dans la littérature de langue anglaise depuis Locke au moins, *An Essay concerning Human Understanding,* 1690, 5th ed. 1706, book IV, ch. XV, mais Lacroix (suivant Condorcet) ne l'emploie pas (ni d'ailleurs Cournot dans l'*Exposition*, p. 272). Lacroix traite longuement de cette application suivant Condorcet et Laplace, au grand dam de certain de ses amis idéologues. Selon Cournot, en 1828, on ne peut parler de la chance d'erreur d'un témoin que par métaphore, et la probabilité *a posteriori* qu'il se trompe au prochain témoignage, sachant qu'il s'est trompé trois fois sur dix témoignages antérieurs, n'est certainement pas celle calculée selon la règle ordinaire, 4/12 ; jugement péremptoire qui n'est pas repris dans le mémoire sur les jugements de 1838, lequel affirme au contraire que la crédibilité d'un témoin prend un sens objectif, lorsque l'on dispose de registres d'observations suffisamment conséquents. Cournot argumentera ces questions dans l'*Exposition* de façon très fine. On remarque que Cournot se trompe dans l'application de la règle ordinaire ; dans son exemple, cette dernière donne 4/14, c'est à dire 4 contre 10 et non 4 contre 8. Comme dans l'exemple de la mortalité, Cournot semble mettre à part les applications aux sciences morales, alors que chez Laplace (et Condorcet et Lacroix), la distinction n'est pas tranchée : tout est moral d'un certain point de vue, ou tout est physique, ce qui importe c'est la précision des résultats, que le calcul et l'expérience affinent sans cesse. On constate ainsi chez le jeune Cournot une certaine tendance vers la théorie de la double nature de la probabilité, que l'on trouve déjà, à l'état latent et moins cristallisé, chez nombre de mathématiciens du siècle précédent, Laplace notamment, et qu'il assumera et fixera bien davantage dix ans plus tard.

Sur la crédibilité relative d'un témoin, Cournot peut avoir lu les réflexions de Diderot à l'article « Agnus scytichus » de l'*Encyclopédie,* auquel on se reportera. On relira à ce sujet le curieux article de M. Leca-Tsiomis, « De l'abari au baobab, ou Diderot naturaliste ironique », in *Sciences, musiques, Lumières, mélanges offerts à Anne-Marie Chouillet,* Ferney-Voltaire, Centre international d'études du XVIIIe siècle, 2002, p. 229-238.

[51] Cournot affirme dans l'Addition de 1833 que « les recherches de statistique se rattachent toutes à la théorie des chances » et il dénonce dans l'*Exposition* « l'exubérance » des

statistiques abandonnées à elles-mêmes, (p. 123). Bienaymé soutient le même point de vue sensiblement à la même époque.

On note, dans ce paragraphe, un énoncé « statistique » du principe de compensation des causes irrégulières, que l'on trouve chez Laplace et non pas chez Lacroix, que Cournot pourrait avoir lu dans l'*Essai philosophique* de Laplace (*supra* note 49), mais aussi chez Fourier, *op. cit.* note 47, pp. 38-39 : « Cette dernière remarque résulte d'une proposition générale sur laquelle on ne saurait trop fixer son attention : car elle sert de fondement à la plupart des recherches statistiques. Elle consiste en ce que la répétition indéfinie des événements que l'on regarde comme fortuits fait disparaître tout ce qu'ils ont de variable ; dans un nombre immense de faits, il ne subsiste plus que des rapports constants et nécessaires, déterminés par la nature des choses. »

Le « principe de compensation » est très ancien, il est lié au principe de la moyenne arithmétique qu'on trouve dans les procédures d'évaluation des prix dès le Moyen Age. Il a pris une dimension « savante » vers le milieu du XVIII[e] siècle, notamment dans les travaux des astronomes qui ont pris part aux grandes expéditions académiques chargées de déterminer la figure de la Terre, principalement Bouguer et La Condamine (voir note 49 *supra* pour des références et, par exemple, J. Sénebier, *Essai sur l'Art d'observer et de faire des expériences,* 1[ère] éd. Genève, C. Philibert et B. Chirot, 1775, 2[e] éd. augmentée, 3 vol., Genève, J. J. Paschoud, an X (1802)). La multiplication des mesures permet de compenser les erreurs et d'atteindre à une précision supérieure. L'un des buts de la *Théorie analytique* est précisément de faire la théorie de ce principe et d'en fournir les formules. Adopté par les « statisticiens », sous une forme aussi générale qu'imprécise, et des noms divers, principe de compensation des erreurs, théorie de la moyenne, loi des grands nombres, il est à la mode au temps de Cournot, qui l'a introduit comme principe auxiliaire dans sa théorie des richesses de 1838, (*Recherches* OC VIII, chapitres XI et XII, et *Principes* OC IX, livre I chapitre II, livre III, chapitre II, etc.). Dans une lettre à Léon Walras, datée du 3 septembre 1873, Cournot écrit, un demi-siècle après ses débuts au *Lycée* : « Pour arriver à la question vraiment intéressante, celle du libre-échange ou du libre troc international, j'ai été obligé de recourir à un nouveau postulat, celui de la compensation des effets secondaires ou dérivés … (lequel n'a rien de spécial à la question actuelle, et se retrouve, à peu près, sous une forme ou sous une autre, dans toutes les applications des mathématiques) » *Revue d'économie appliquée,* (1952), 1, p. 12.

[52] Dirigé contre Lacroix (*Traité,* pp. 185-189), qui reprenait, (sans trop de conviction), Condorcet. Cournot est d'une autre génération, la génération de la statistique, celle de Quetelet. Le calcul des chances s'applique prioritairement aux observations statistiques régies par des « lois constantes » et n'a pas à intervenir dans les débats théologiques de l'école. Les

« statisticiens », peu enclins aux subtilités de la critique philosophique, iront plus loin ; ils rejetteront bientôt à une très large majorité le calcul des probabilités tout juste bon à introduire, dans leurs tableaux, le doute et la confusion. Ce dernier ne sera réintroduit en statistique (et en physique) qu'au début du XX[e] siècle et non sans mal.

[53] Cournot illustre dans l'*Essai* (OC II, p. 462) la distinction leibnizienne entre le principe d'identité et le principe de raison suffisante, qui commande l'opposition entre vérités nécessaires et vérités contingentes, par une référence à la Correspondance de Leibniz et de Clarke éditée par Desmaizeaux, dont on sait qu'elle est l'un des ouvrages qui ont marqué ses lectures de jeunesse. Sur cette distinction, cf. Couturat, *La logique de Leibniz d'après des documents inédits*, Paris, Alcan, 1901, p. 210-221. Il est intéressant de remarquer pour la genèse des idées de Cournot qu'il n'utilise pas ici le terme de raison. On peut noter, corrélativement, que la position de Cournot sur la distinction dont il s'agit a sensiblement évolué. Dans le *Traité,* OC III, p. 70-71, Cournot écrit : « Leibnitz lui-même, le grand Leibnitz, cet aigle de la philosophie, ce géomètre créateur a méconnu le vrai principe de l'intime alliance des mathématiques et de la philosophie, quand il a avancé que les unes relèvent du principe d'*identité* et les autres du principe de la raison des choses ». Les deux principes sont à l'œuvre sous des modalités différentes de sorte que cela donne un sens (cournotien) renouvelé à l'adage *Sophiae germana Mathesis.* Dans *Matérialisme,* OC V p. 164-165, Cournot reprend la même idée, la raison des choses intervenant, selon lui, de diverses façons en mathématiques, notamment dans le choix d'une démonstration ou d'une présentation.

[54] Encore une fois Cournot se trompe. Condorcet considère que toutes nos certitudes (excepté celles qui résultent de la conscience immédiate d'une sensation actuelle) sont de même nature, notamment celle qui nous assure de la constance des lois naturelles et celles qui naissent d'un jugement de probabilité, ce sont les seules certitudes (physiques si l'on veut) auxquelles nous puissions prétendre. Il n'y a dès lors plus de cercle vicieux, le calcul des probabilités mesure nos plus ou moins grand motifs de certitude en les ramenant à une norme commune. Et Laplace est, à cet égard, un disciple philosophique de Condorcet, e. g. R. Hahn, *op. cit.* Présentation note (I).

En revanche, Lacroix, par excès de pédagogie, est moins prudent (et Buffon aussi). Il prête parfois le flan à l'accusation de cercle vicieux, e. g. *Traité,* p. 177-179, dans lequel on lit que la « considération des divers degrés de probabilité explique le phénomène moral », alors que quelques lignes plus haut Lacroix affirme que c'est un « sentiment intime, une loi de notre organisation intellectuelle » qui est à l'origine de notre évaluation de ces mêmes degrés de probabilités. Il y a là sans doute un cercle assez vicieux, mais qui ne saurait troubler le pédagogue dont les buts sont autres, apprendre le calcul des chances et ses applications. Le livre de Lacroix sera d'ailleurs utilisé et copié par tous les auteurs du XIX^e siècle (à commencer par Cournot) alors que le livre de Cournot ne l'a pas été, pas davantage que les écrits probabilistes de Condorcet que personne ne paraît avoir lu, pas même Lacroix, son disciple préféré. La pédagogie prend appui sur la culture du temps (une culture moyenne sans doute). La critique philosophique, pour sa part, remet en cause cette même culture, en sapant ses marges. On imagine volontiers qu'il soit difficile de concilier les deux, sauf à prêcher dans le désert ou à s'exposer à être trahi par ses disciples, s'il s'en trouve.

[55] Cournot suit ici très certainement l'*Essai philosophique* de Laplace, p. 127-128, qui précise que Craig a donné à l'argument du pari de Pascal une « forme géométrique ». L'argument que Cournot prête à Craig est l'argument même de Pascal, auquel Craig, le premier semble-t-il, a donné une forme mathématique dans les chapitres 3 à 6 de son court traité, *Theologiae christianae Principia mathematica,* 1699, rééd. par D. Titius à Leipzig en 1755. Le traité de Craig est traduit en anglais et commenté par Richard Nash, *John Craige's Mathematical Principles of Christian Theology. The Journal of the History of Philosophy* Monograph Series, Carbondale and Edwardsville : Southern Illinois University Press, 1991. Craig ne cite pas explicitement Pascal, il paraît avoir tiré l'argument de Locke, c'est du moins l'avis de R. Nash.

Les *Principia* de Craig sont surtout connus pour la théorie de l'affaiblissement graduel des témoignages avec le temps, d'où est déduite la date de la fin du monde, vers 3150 de notre ère, lorsque la Foi chrétienne aura totalement disparu sur la Terre, les *Évangiles* ayant perdu toute crédibilité (e. g. Laplace, *Essai philosophique,* p. 131). La référence exacte est donnée par Lacroix (qui gomme tout ce qui concerne Pascal, *Traité* n° 150, p. 267, note). Lacroix est friand de citations érudites qu'il collectionne avec soin et dont il émaille ses traités. Il affectionne particulièrement les auteurs latins. Pour une analyse réactualisée du mémoire de Craig, on verra S. M. Stigler, *Statistics on the table. op. cit.* note (46), chapitre 13. Nous devons à S. Stigler toutes les informations contenues dans cette note.

[56] Laplace, *Essai philosophique sur les probabilités*, 1814-1825, rééd. Paris : Christian Bourgois, 1986, p. 128-129.

[57] Dans son édition anonyme des *Pensées* de Pascal (Avignon, 1776), Condorcet a plusieurs arguments contre le pari. Dans la préface de l'*Éloge de Pascal,* qui introduit l'édition, Condorcet fait remarquer que l'argument du pari peut s'appliquer aussi bien à toute religion qui promet l'éternité à ses fidèles et qu'il n'a rien de spécifiquement chrétien (voir B. Bru & P. Crépel, *op. cit.* note 33, pp. 117 et 119). L'argument est repris dans la *Vie de Voltaire* (1789) (B. Bru & P. Crépel, *ibid.* p. 660) qui conclut : « cet argument s'appliquant à toutes les religions dont la fausseté ne serait pas démontrée, conduirait à un résultat absurde. Il faudrait les pratiquer toutes à la fois. » Condorcet revient sur cette question, p. 47-49, de l'édition de 1776, il développe alors un argument plus subtil, proche de celui qui est donné ici par Cournot : le jeu ne peut se jouer qu'une fois, la formule de l'espérance est donc sans valeur. Cournot a-t-il lu l'édition sulfureuse de Condorcet des *Pensées,* dont une réédition a été faite à Paris, chez de Bure, en 1823 ? Ce n'est pas impossible et éclairerait peut-être un texte dont les allusions sont parfois difficiles à pénétrer et qui reste volontiers énigmatique, à l'image de son auteur. Quoi qu'il en soit, nous n'avons pu repérer une autre source de ce passage. Certainement pas Lacroix qui ne traite pas du pari de Pascal, ni Laplace qui n'accorde jamais rien à Condorcet. Sur le pari de Pascal, la littérature est considérable, on verra en particulier le très beau mémoire de A. Glémain, *Croyance et probabilités dans la pensée européenne des XVII^e^ et XVIII^e^ siècles,* Paris : EHESS, 1992.

[58] D'après Lacroix, *Traité,* n° 103, p. 178. Cournot reprend la même idée dans l'*Exposition,* p. 289.

[59] Cet autre article ne paraît pas avoir été publié. L'*Exposition* de 1843 en est sans doute le développement, après que Cournot eut compris l'importance de la théorie laplacienne, vers 1832-1833, et se fut rallié à la doctrine de la double nature.

B. Bru et T. Martin, juillet 2005