

On ideals free of large prime factors

par EIRA J. SCOURFIELD

In memory of Robert Rankin

RÉSUMÉ. En 1989, E. Saias a établi une formule asymptotique pour $\Psi(x, y) = |\{n \leq x : p \mid n \Rightarrow p \leq y\}|$ avec un très bon terme d'erreur, valable si $\exp((\log \log x)^{(5/3)+\epsilon}) \leq y \leq x$, $x \geq x_0(\epsilon)$, $\epsilon > 0$. Nous étendons ce résultat à un corps de nombre K en obtenant une formule asymptotique pour la fonction analogue $\Psi_K(x, y)$ avec le même terme d'erreur et la même zone de validité. Notre objectif principal est de comparer les formules pour $\Psi(x, y)$ et $\Psi_K(x, y)$, en particulier comparer le second terme des développements.

ABSTRACT. In 1989, E. Saias established an asymptotic formula for $\Psi(x, y) = |\{n \leq x : p \mid n \Rightarrow p \leq y\}|$ with a very good error term, valid for $\exp((\log \log x)^{(5/3)+\epsilon}) \leq y \leq x$, $x \geq x_0(\epsilon)$, $\epsilon > 0$. We extend this result to an algebraic number field K by obtaining an asymptotic formula for the analogous function $\Psi_K(x, y)$ with the same error term and valid in the same region. Our main objective is to compare the formulae for $\Psi(x, y)$ and $\Psi_K(x, y)$, and in particular to compare the second term in the two expansions.

Eira J. SCOURFIELD
Mathematics Department,
Royal Holloway University of London,
Egham, Surrey TW20 0EX, UK.
E-mail : e.scourfield@rhul.ac.uk