

## A study of the mean value of the error term in the mean square formula of the Riemann zeta-function in the critical strip $3/4 \leq \sigma < 1$

par YUK-KAM LAU

RÉSUMÉ. Pour  $\sigma$  dans la bande critique  $1/2 < \sigma < 1$ , on note  $E_\sigma(T)$  le terme d'erreur de la formule asymptotique de  $\int_1^T |\zeta(\sigma + it)|^2 dt$  (pour  $T$  grand). C'est un analogue du terme d'erreur classique  $E(T)$  ( $= E_{1/2}(T)$ ). L'étude de  $E(T)$  a une longue histoire, mais celle de  $E_\sigma(T)$  est assez récente. En particulier, lorsque  $3/4 < \sigma < 1$ , on connaît peu d'informations sur  $E_\sigma(T)$ . Pour en gagner, nous étudions la moyenne  $\int_1^T E_\sigma(u) du$ . Dans cet article, nous donnons une expression en série de type Atkinson et explorons quelques une des propriétés de la moyenne comme fonction en  $T$ .

ABSTRACT. Let  $E_\sigma(T)$  be the error term in the mean square formula of the Riemann zeta-function in the critical strip  $1/2 < \sigma < 1$ . It is an analogue of the classical error term  $E(T)$ . The research of  $E(T)$  has a long history but the investigation of  $E_\sigma(T)$  is quite new. In particular there is only a few information known about  $E_\sigma(T)$  for  $3/4 < \sigma < 1$ . As an exploration, we study its mean value  $\int_1^T E_\sigma(u) du$ . In this paper, we give it an Atkinson-type series expansion and explore many of its properties as a function of  $T$ .

Yuk-Kam LAU  
Department of Mathematics  
The University of Hong Kong  
Pokfulam Road, Hong Kong  
*E-mail* : yklau@maths.hku.hk