

$$\begin{array}{ccccc}
 \mathrm{GL}^+(n) & \xrightarrow{A \mapsto A \cdot (\mathrm{SL}(n))} & \mathrm{GL}^+(n)/\mathrm{SL}(n) & \xrightarrow{A \cdot (\mathrm{SL}(n)) \mapsto \det(A)} & \mathbb{R}^+ \\
 \downarrow A \mapsto A \cdot B & & \downarrow A \cdot (\mathrm{SL}(n)) \mapsto (A \cdot B) \cdot (\mathrm{SL}(n)) & & \downarrow x \mapsto x \det(B) \\
 \mathrm{GL}^+(n) & \xrightarrow{A \mapsto A \cdot (\mathrm{SL}(n))} & \mathrm{GL}^+(n)/\mathrm{SL}(n) & \xrightarrow{A \cdot (\mathrm{SL}(n)) \mapsto \det(A)} & \mathbb{R}^+
 \end{array}$$