

Book Reviews

Selter, Christoph; Walther, Gerd (Hrsg.):

Mathematikdidaktik als Design Science Festschrift für Erich Christian Wittmann

Leipzig: Klett Grundschulverlag, 1999. – 288 S.
ISBN 3-12-200060-1

Herbert Henning, Magdeburg

Festschriften aus Anlass von Jubiläen bedeutender Persönlichkeiten herauszugeben ist stets mit der Gefahr verbunden, dass die Beiträge der Festschrift zwar Bezug nehmen auf den damit zu Ehrenden aber nicht selten dabei zu einer Selbstdarstellung des Autors werden. Nicht selten geht dabei der direkte oder indirekte Bezug zum wissenschaftlichen Werk des Jubilars verloren. Den Autoren der Festschrift *Mathematik als design science* für Erich Ch. Wittmann, Christoph Selter und Gerd Walther, ist es gelungen, dieser Gefahr zu entgehen. Sowohl ihr eigener Beitrag *Erich Ch. Wittmann zum 60. Geburtstag* (S. 9–28) als auch die in dieser Festschrift zusammengefassten weiteren 27 Beiträge reflektieren die Breite und Vielfalt des wissenschaftlichen Lebenswerkes Erich Ch. Wittmanns. Darüber hinaus, und dies ist ein besonderer Vorzug, sind in den einzelnen Autorenbeiträgen eine Vielzahl von Anregungen und unterrichtsrelevante Beispiele enthalten, die das Nachdenken über Mathematikunterricht, Mathematikdidaktik und Lehrerbildung befördern.

Im Vorwort würdigt Maria Wieghardt für den Ernst-Klett-Verlag das Wirken Erich Ch. Wittmanns mit den Worten

“Ein Anliegen Erich Ch. Wittmanns war und ist es, den Mathematikunterricht auf allen Stufen grundlegend und nachhaltig zu verbessern. Für dieses Anliegen leistete er fundamentale Beiträge – nicht nur zur Theorie des Lehrens und Lernens von Mathematik, zur Konzeption von Lernumgebungen für den Mathematikunterricht, sondern auch zur Lehreraus- und -fortbildung, zum Selbstverständnis der wissenschaftlichen Mathematikdidaktik und der Mathematik insgesamt, zu ihrer Bedeutung in bildungsphilosophischer, lernpsychologischer und gesellschaftspolitischer Hinsicht.” (S. 3)

Die Festschrift beginnt mit einer ausführlichen Würdigung des wissenschaftlichen Lebenswerkes von Erich Ch. Wittmann durch Ch. Selter und G. Walther. Beide Hochschullehrer waren selbst Schüler Wittmanns und

haben in ihrem ausführlichen Beitrag das facettenreiche Wirken des Jubilars mit direktem Verweis auf seine wichtigsten Publikationen aus den 100 Veröffentlichungen, deren Verzeichnis in chronologischer Reihenfolge (1969 beginnend und mit dem Verweis auf seinen Beitrag *Standard Number Representations in the Teaching of Arithmetic* im Journal für Mathematik-Didaktik 19(1998), S. 149–178 endend) angefügt ist, gewürdigt.

Ch. Selter und G. Walther würdigen Erich Ch. Wittmanns wissenschaftliche Beiträge insbesondere zu den folgenden vier Bereichen:

1. Theorie des Lehrens und Lernens von Mathematik
2. Konzeptionen und Lernumgebungen für das Lehren und Lernen von Mathematik
3. Ziele des Lehrens und Lernens von Mathematik
4. Wissenschaftstheoretische Reflexionen über Mathematikdidaktik (S. 11).

Die Autoren strukturieren ihren Beitrag nach diesen vier Bereichen des wissenschaftlichen Wirkens Erich Ch. Wittmanns und beschreiben mit Bezug zu ausgewählten Publikationen seinen Beitrag zur Erarbeitung einer tragfähigen Rahmenkonzeption für den Mathematikunterricht aller Schulstufen und Schularten und die Mathematikdidaktik – eine Rahmenkonzeption, “die Bewährtes integrieren und Impulse für Neues geben kann” (S. 12).

Ausführlich wird das von Erich Ch. Wittmann 1974 erschienene Buch *Grundfragen des Mathematikunterrichts* (Vieweg 1974) als der erste deutschsprachige Versuch, die moderne Mathematikdidaktik als interdisziplinäres Feld systematisch darzustellen, gewertet. Auch mit Blick auf gegenwärtige Entwicklungen (nach TIMSS) zur Theorie und Praxis des Mathematiklehrens und -lernens ist der von Erich Ch. Wittmann konsequent verfolgte *integrierte Ansatz* in diesem Werk (besonders in den Kapiteln über Allgemeine Lernziele, über Elemente der Psychologie des Mathematiklernens und über Didaktische Prinzipien) von großer Aktualität für das Wissenschaftsverständnis von Mathematikdidaktik einerseits und für die Praxis des Mathematikunterrichts andererseits. Ch. Selter und G. Walther heben zu Recht hervor:

“Das zentrale Aufgabenfeld der Mathematikdidaktik, so die Grundfragen, besteht in der Erforschung und Entwicklung des Lehrens und Lernens von Mathematik in sämtlichen Altersstufen einschließlich seiner Voraussetzungen, Zielsetzungen und Rahmenbedingungen. Dabei zeichnet sich die Mathematikdidaktik als Berufswissenschaft der Lehrer dadurch aus, dass sie einerseits

auf Ergebnisse und Methoden der Mathematik, der Pädagogik, der Soziologie, der Psychologie, der Wissenschaftsgeschichte etc. zurückgreift und dabei andererseits stets die Unterrichtswirksamkeit im Blick hat.” (S. 12)

und diskutieren anhand von Publikationen Erich Ch. Wittmann exemplarisch die Unterrichtsprinzipien, zu deren Ausformulierung und unterrichtlicher Umsetzung (nicht zuletzt in dem Projekt “mathe 2000”) er entscheidende Beiträge lieferte.

Bei den Ausführungen zum *genetischen Prinzip* (S. 13), dem *Prinzip des aktiv-entdeckenden Lernens* (S. 14/15), dem *operativen Prinzip* (S. 15/16) und dem *Prinzip des produktiven Übens* (S. 16/17) hoben die Autoren besonders hervor, dass Erich Ch. Wittmann seine theoretischen Überlegungen und Erkenntnisse stets in konkrete Materialien für die Hand des Lehrers einfließen ließ. Dies betrifft z. B. das gemeinsam mit Gerhard N. Müller in den 70er Jahren herausgegebene Standardwerk der Didaktik *Der Mathematikunterricht in der Primarstufe* (Vieweg, 1974) oder ab 1987 die Arbeit am Projekt *mathe 2000*, in deren Ergebnis u. a. die *Handbücher produktiver Rechenübungen* (Klett, 1989) und später das Schulbuch *Das Zahlenbuch* (Klett, 1994–1997) entstanden. Deutlich wird dabei, dass die vier zentralen Unterrichtsprinzipien in ihrer Funktion als konstruktive Leitideen für Planung, Durchführung und Reflexion von/über Mathematikunterricht dienen können.

Am Beispiel von *Mathematikunterricht in der Grundschule*, der *Lehrerbildung* und der *Elementargeometrie* werden von Selter/Walther ausführlich Erich Ch. Wittmanns konzeptionelle Überlegungen zu Lernumgebungen für das Lehren und Lernen von Mathematik und zur Behandlung bestimmter Themen (konkretisiert durch eine Vielzahl von Unterrichtsbeispielen) beschrieben und mit Blick auf die Entwicklung von Mathematikunterricht und Mathematikdidaktik in Deutschland auch gewertet.

Die Autoren heben dabei besonders hervor, dass eine wichtige Facette der innovativen Arbeit Erich Ch. Wittmanns z. B. für den Grundschulmathematikunterricht in der konstruktiven Auseinandersetzung mit der Rolle von Anschauungsmitteln im Arithmetikunterricht besteht.

“Anschauungsmittel, so Wittmann, haben im Rahmen der Philosophie des aktiv-entdeckenden Lernens in erster Linie keinen methodischen, sondern vielmehr einen epistemologischen Status. Anschauungsmittel sind ... nicht in erster Linie Instrumente des Lehrers, sondern Erkenntnishilfen und Erkenntniswerkzeuge für den Lernenden.” (S. 19)

Von besonderem Interesse sind in dem Beitrag von Ch. Selter und G. Walther die Ausführungen zu den Leistungen Erich Ch. Wittmanns in den Bereichen *Ziele des Lehrens und Lernens* (S. 21–23) sowie *Wissenschaftstheoretische Reflexionen über Mathematikdidaktik* (S. 23–25). Hier werden die Beiträge Erich Ch. Wittmanns in der wissenschaftlichen Diskussion über Aufgaben und Ziele der Mathematikdidaktik am Beispiel von “Mathematikdidaktik als design science” besonders gewürdigt. Die Grundgedanken des Ansatzes von Erich Ch. Wittmann, bereits 1974 in dem Beitrag *Didaktik der Mathematik als Ingenieurwissenschaft*, ZDM (1974). 3, S. 119–121, geäußert, erweisen sich heute mehr denn je als eine

tragfähige Basis auch fachdidaktischer Entwicklungsforschung, orientiert an den *zentralen Aufgaben der Mathematikdidaktik* (S. 24). Die Autoren charakterisieren die Leistung Erich Ch. Wittmanns mit der Einschätzung:

“Wittmann arbeitete den spezifischen Charakter einer eigenständigen Mathematikdidaktik heraus, die notwendigerweise interdisziplinär die Erkenntnisse der Bezugswissenschaften wie Mathematik, Pädagogik oder Psychologie aufnimmt und an den Bedürfnissen der Unterrichtspraxis orientiert weiterentwickelt. Daneben betont er auch den konstruktiven Charakter der Mathematikdidaktik, deren Ziel vorrangig darin bestehe, das System Mathematikunterricht vom Standpunkt des Mathematiklehrers möglichst genau zu analysieren, um möglichst gute Curriculumentwürfe und möglichst praktische Hilfen zu entwickeln. Diese beiden Charakteristika, die Interdisziplinarität und die konstruktive Orientierung, legen es somit nahe, die Mathematikdidaktik mit den modernen Ingenieurwissenschaften zu vergleichen.” (S. 24)

Die Arbeit am Projekt “mathe 2000” wird zu Recht dabei als eine beispielhafte und erfolgreiche Konkretisierung des Konzeptes von Erich Ch. Wittmann angesehen, denn

“Ziel des Projektes ‘mathe 2000’ war und ist eine breit angelegte Unterrichtsentwicklung durch fachdidaktische Entwicklungsforschung, durch neue Konzepte der Lehrerbildung und durch Öffentlichkeitsarbeit. Anders als bei groß angelegten Curriculumprojekten der 60er und 70er Jahre, in denen fertige Ideen an die Lehrer herangetragen wurden, geht es bei ‘mathe 2000’ um eine enge Verzahnung zwischen Theorie und Praxis und um eine enge Kooperation zwischen Hochschule, Schule, Studienseminaren und Schulverwaltung.” (S. 25)

Mit einer Würdigung des Wirkens Erich Ch. Wittmanns in der Kommunität (GDM, ICMI, Co-Direktor des von der National Science Foundation der USA geförderten amerikanisch-deutschen Forschungsprojektes “Integrating Pedagogy and Mathematics in Secondary Teacher Training), seiner regen Vortragstätigkeit im In- und Ausland (100 Vorträge, darunter zahlreiche Haupt- und Plenarvorträge auf internationalen Konferenzen), seines großen, erfolgreichen Engagements bei der Förderung des wissenschaftlichen Nachwuchses (10 betreute Promotionen und 4 Habilitationen, 9 seiner Schüler erhielten bis jetzt eine Professur für Mathematikdidaktik) endet der Beitrag von Ch. Selter und G. Walther.

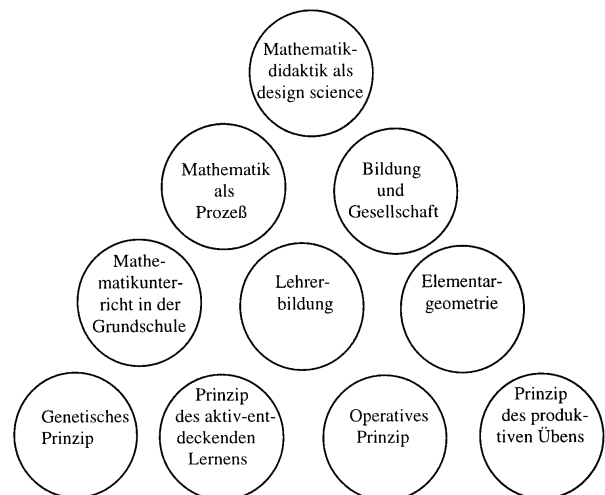


Abb. 1 (S. 26)

Das Schaubild (Abb. 1), von Christoph Selter und Gerd Walther als integrative Zusammenfassung der wissenschaftlichen Forschungsfelder Erich Ch. Wittmanns gedacht, setzt gleichzeitig auch Akzente für die in der Festschrift zusammengefaßten 27 Einzelbeiträge, die im Wesentlichen alle der hier aufgeführten Themenbereiche bedienen

Die 27 Einzelbeiträge in dieser Festschrift sind in alphabetischer Order (von Jerry Becker: Überlegungen anlässlich des Aufsatzes "Mathematics Education as a Design Science" bis Jochen Ziegenbalg: "Fachdidaktische Prinzipien als Grundlagen einer Design Science erläutert am Hankelschen Permanenzprinzip") angeordnet. Denkbar wäre sicher auch eine Strukturierung, etwa nach folgenden thematischen Schwerpunkten gewesen:

- a) Lehrerbildung, insbesondere "Mathematikdidaktik als Design Science"
- b) Grundschulmathematik (-unterricht)
- c) Fachwissenschaftliche und/oder fachdidaktische Erörterungen zu Einzelthemen.

Legt man diese Klassifizierungsmöglichkeit für die Fachbeiträge (hypothetisch) zugrunde, lassen sich folgende Zuordnungen treffen:

zu a)

- Jerry Becker: Überlegungen anlässlich des Aufsatzes "Mathematics Education as a Design Science"
- Lutz Führer: "Design science" als dynamisierte Wissenschaftsmethodik und Sozialform innerhalb der Mathematikdidaktik
- Petra Scherer: Mathematiklernen bei Kindern mit Lernschwächen. Perspektiven für die Lehrerbildung
- Siegbert Schmidt: Die Rechendidaktik von J. Kühnel (1869–1928) – Vorläuferin einer Fachdidaktik als "design science"
- Christoph Selter: Allgemeine Lernziele für die Lehrerbildung
- Heinz Steinbring: Die künstlichen Objekte der Mathematikdidaktik und ihr theoretischer Charakter
- Gregor Wieland: Unterrichtsversuche im Fachdidaktikstudium
- Bernd Wollring: Mathematikdidaktik zwischen Diagnostik und Design
- Jochen Ziegenbalg: Fachdidaktische Prinzipien als Grundlagen einer Design Science, erläutert am Hankelschen Permanenzprinzip

zu b)

- Peter Bender: Ein Plädoyer für die Kombinatorik im Unterricht
- Heinrich Besuden: Bruchrechnung schülergerecht
- Ed de Moor, Adri Treffers: An die Arbeit. Entwerfen und Entwickeln als didaktische Aufgabe im realistischen Mathematikunterricht
- Katrin Gerdiken, Anna Susanne Steinweg: Ästhetik im Mathematikunterricht der Primarstufe – Arithmetische und geometrische Strukturen
- Martina Röhr: Kooperation im Mathematikunterricht – Erfahrungen mit einem Konzept nach drei Jahren Erprobung
- Hartmut Spiegel, Annette Ernst, Anja Schmelter: Wenn

die Rechnung nicht den Tatsachen entspricht: Kognitive Konflikte beim Rechnen mit Nummern am Fallbeispiel "Felix"

Gerd Walther: Design einer Lernumgebung zur Bruchrechnung für Schüler und Lehrerstudenten: Ägyptische Dreiecke

zu c)

- Ludwig Danzer: 18 markierte Würfel, mit denen der Raum nur nichtperiodisch gepflastert werden kann
- Lisa Hefendehl-Hebeker: Erleben, wie arithmetisches Wissen entsteht
- Britta Habdank-Eichelsbacher, Hans Niels Jahnke: Authentische Erfahrungen mit Mathematik und historische Quellen
- Urs Kirchner: Kurvendiskussion quo vadis?
- Arnold Kirsch: Die Ableitung des Kugelvolumens nach dem Radius: Verstehen und Verallgemeinern
- Günter Krauthausen: HiQ-Software für das Mathematiklernen: Eine komplexe Entwicklungsaufgabe – dargestellt am Beispiel des Kopfrechenprogramms "Blitzrechnen"
- Gerhard N. Müller: Zur Konstruktion von Geburtstagsquadraten
- Johanna Neubrand, Michael Neubrand: Effekte multipler Lösungsmöglichkeiten: Beispiele aus einer japanischen Unterrichtsstunde
- Hans Schupp: Ein (üb?)erzeugendes Problem
- Berthold Schuppar: Die Approximation der Kreisbogenlänge nach Snellius und Huygens
- Heinrich Winter: Gestalt und Zahl – zur Anschauung im Mathematikunterricht, dargestellt am Beispiel der Pythagoreischen Zahlentripel.

Trotz der Themenvielfalt der Fachbeiträge und ihrer Unterschiedlichkeit im Detail – in allen Beiträgen wird der nachhaltig-prägende Einfluß Erich Ch. Wittmanns auf die Mathematikdidaktik und den Mathematikunterricht aller Schulformen und Schulstufen deutlich. Die Beiträge, in denen explizit auf Publikationen und theoretische Ansätze Erich Ch. Wittmanns Bezug genommen wird, zeigen eindrucksvoll, wie sich seine Ideen und Denkanstöße, die konzeptionellen Impulse für Forschungsprojekte und Erarbeitung unterrichtsrelevanter Materialien niedergeschlagen haben.

Im Folgenden sollen exemplarisch einige Fachbeiträge aus a) bis c) näher betrachtet werden. (Die Auswahl ist dabei eher zufällig aber auch mit Blick auf wichtige Arbeiten von Erich Ch. Wittmann.)

In seinem Beitrag *Überlegungen anlässlich des Aufsatzes Mathematics Education as a Design Science* referiert Jerry P. Becker zunächst die grundlegende "Idee" Erich Ch. Wittmanns von "Mathematikdidaktik als design science".

"Ein zentrales Charakteristikum dieser Konzeption ist der enge Zusammenhang mit der Unterrichtspraxis. Somit sind Fortschritte in der Didaktik und Fortschritte im Unterricht eng miteinander verknüpft. Mathematik versteht Wittmann nicht in engem Sinn als Fertigprodukt, sondern als mathematische Aktivität. Substantielle Unterrichtseinheiten, so wie sie Wittmann fordert, können nur auf der Basis eines solchen dynamischen Mathematikverständnisses entstehen. Wittmann postuliert, dass Mathematikdidaktiker eine "lebendige Interaktion" mit Mathe-

matik haben und einen wesentlichen Teil ihrer Arbeitskraft darauf verwenden sollten, die mathematischen Aktivitäten von Schülern und Studierenden zu stimulieren, zu beobachten und zu analysieren. Nur auf diesem Wege könne eine kohärente Konzeption für das Mathematiklernen auf allen Stufen entwickelt werden; und nur so könne gewährleistet werden, dass die Lehrerbildung auf wissenschaftlichen Füßen stehe." (S. 29)

Becker gibt zu bedenken, dass es nicht wenige Lehrer gibt, die man ebenfalls als mathematikdidaktische Experten bezeichnen könnte, die – im Unterschied zu vielen Didaktikern – über viel konkrete Unterrichtserfahrung verfügen und die daher ... ebenfalls bedeutende Beiträge liefern können. Er hebt hervor, "dass vor Erich Ch. Wittmann ... niemand die Relevanz dieses Ansatzes ("design science") für die Organisation und die Ausrichtung der Mathematikdidaktik erkannt hat" (S. 31). Becker resümiert, dass mit Hilfe des design-science-Ansatzes eine Brücke zwischen Theorie und Praxis als unabdingbare Voraussetzung, um wirkliche Beiträge zur Verbesserung des realen Unterrichts zu leisten, errichtet werden muß.

Seinem Beitrag "*Design Science*" als dynamisierte Wissenschaftsmethodik und Sozialform innerhalb der Mathematikdidaktik stellt Lutz Führer ein Zitat (nach Erich Ch. Wittmann) voran:

"In faszinierenden Begegnungen zwischen Mensch und Mathematik und in umsichtigen Organisationen dieser Begegnungen liegen die eigentlichen Ursprünge für mathematikdidaktisches Denken und Handeln." (S. 78)

Der Autor analysiert, warum Erich Ch. Wittmann immer wieder mit dem Vorschlag beunruhigen konnte, "im Kern" eine Art Ingenieurwissenschaft des Mathematikunterrichts zu betreiben (S. 78). Unter den Stichworten "Servicewissenschaft" und "Reduktionismus" (S. 79/80) geht Lutz Führer auf Missverständnisse und Fehldeutungen des Ansatzes von Wittmann ein. Im Zusammenhang mit einer Dynamisierung der Wissenschaftlichkeit ist für ihn "Design Science"

"eine instrumentelle Wissenschaftstheorie, die auf vorgehende Wertsetzungen aufbaut, seien sie nun (schon) expliziert oder nicht. Design Science verhält sich nicht – wie manche lehrerlerna-theoretischen Ansätze der siebziger Jahre – ambivalent zu beliebigen Wertsetzungen, weil Inhalte und Methoden spätestens mit der Entwicklung der Theoriekomponenten rational auf diese Wertsetzungen zurückbezogen, mit ihnen konstitutiv wechselwirken und vor ihnen diskursiv gerechtfertigt werden müssen. Die alte, vermittlungsorientierte Stoffdidaktik genügt diesem Wissenschaftskriterium insofern nicht, als sie eklektisch im Interesse lokaler Effizienz argumentiert." (S. 80)

Lutz Führer wertet das Projekt "mathe 2000" und "Wiskobas" als überzeugende Beispiele für Designarbeit. Der Theorieteil entsteht dabei in Wechselwirkung mit konstruktiver Praxis und normativen Grundüberzeugungen der Designer.

Petra Scherer thematisiert in ihrem Beitrag *Mathematiklernen bei Kindern mit Lernschwächen – Perspektiven für die Lehrerbildung* das Problem der Gestaltung langfristiger Lernprozesse für Kinder mit Lernschwächen und den aus dieser Aufgabe abgeleiteten Konsequenzen für die Lehrerbildung. Zum einen sind dies die durch eine

kompetenzorientierte Diagnostik abgeleiteten Anforderungen an die Fachdidaktik. Zum anderen werden ausgehend vom Fach bzw. der Fachdidaktik im Sinne von Mathematikdidaktik als "design science" Konkretisierungen für Lernprozesse (Fördermöglichkeiten) aufgezeigt.

Petra Scherer beschreibt Grundhaltungen des Lehrenden vor dem Hintergrund, dass sich Mathematiklernen als konstruktive Aufbauleistung des Individuums darstellt.

"Die Eigentätigkeit des Lernenden steht im Vordergrund ... Insbesondere ist es erforderlich, den Kindern möglichst viele Gelegenheiten zum eigenständigen und entdeckenden Lernen zu bieten." (S. 171)

Interessant sind ihre Ausführungen zu einer "kompetenzorientierten Diagnostik" (S. 171/172) und das Beispiel aus dem Anfangsunterricht (Anzahlbestimmung und Bestimmen von Geldbeträgen sowie kontextbezogene Addition). Mit dem Verweis auf die von Erich Ch. Wittmann charakterisierten "substantiellen Lernumgebungen" fordert die Autorin, dass auch lernschwache Kinder zum selbständigen Mathematiklernen angehalten werden.

"... auch den allgemeinen Zielen des Mathematikunterrichts ist eine besondere Stellung einzuräumen. Mathematisieren, beschreiben, begründen, argumentieren sind ... Tätigkeiten, zu denen der Unterricht von Anfang an Gelegenheit bieten muß." (S. 175)

In der Identifizierung substantieller Lernangebote, dem Ausschöpfen der in ihnen liegenden Möglichkeiten und einer angemessenen methodischen Aufbereitung sieht Petra Scherer auch Aufgaben bezüglich der Entwicklung pädagogischer Handlungskompetenz der Lehrer. Am Beispiel Operativer Aufgabenserien zeigt die Autorin Möglichkeiten der Umsetzung ihrer Überlegungen zur Erhöhung des Verständnisses für die Individualität des Lernprozesses der Kinder (vgl. S. 176).

Jochen Ziegenbalg beginnt seinen äußerst interessanten Beitrag *Fachdidaktische Prinzipien als Grundlagen einer Design Science, erläutert am Hankelschen Permanenzprinzip* mit der Feststellung

"Wenn die Didaktik der Mathematik ... eine 'Design Science' ist, dann sind die Grundprinzipien des Designs ihre fachdidaktischen Prinzipien" (S. 277)

Am Beispiel des Permanenzprinzips, das mit dem Namen des Tübinger Mathematikers Hermann Hankel (1839–1873) identifiziert wird, zeigt Jochen Ziegenbalg die Bedeutung und die Rolle mathematischer Prinzipien (in diesem Fall für die Begriffsbildung in der Mathematik) im Mathematikunterricht. Am Beispiel der Definition der "nullten" Potenz a^0 einer (von Null verschiedenen) reellen Zahl a zeigt er (als Lehrer-Schüler-Dialog) den "Weg" der Erkenntnisgewinnung (S. 278/279). Das Unterrichtsbeispiel zeigt, dass mancher Mathematikunterricht den Eindruck einer gewissen "Künstlichkeit" oder "Willkürlichkeit" bei der Begriffsbildung und Festlegung von Definitionen vermittelt. In diesem Zusammenhang erläutert Jochen Ziegenbalg sehr plausibel die Anwendung des Hankelschen Permanenzprinzips (Rückführung auf das Potenzgesetz $a^k \cdot a^m = a^{k+m}$). Aus $a^m = a^{0+m} = a^0 \cdot a^m$ (für beliebiges m) folgt sofort $a^0 = 1$. Als eine

Möglichkeit der “didaktischen Reduktion” stellt der Autor seine “Variante” des Permanenzprinzips, die sogenannten Permanenzreihen vor, die er in Lehrveranstaltungen für Lehramtsstudenten zusätzlich verwendet.

Abschließend stellt Jochen Ziegenbalg in seinem Beitrag fest:

“Design hat es auch mit Ästhetik zu tun. Erstaunlicherweise sind die mathematisch/mathematikdidaktischen Designerprinzipien und insbesondere das Permanenzprinzip selten unter ästhetischen Gesichtspunkten diskutiert worden ... Das Permanenzprinzip dient auch dem Zweck, ‘schöne’ und elegante Sätze und Gesetze zu ermöglichen.” (S. 282)

Der Beitrag *Ästhetik im Mathematikunterricht der Primarstufe – Arithmetische und geometrische Strukturen* kann dem thematischen Schwerpunkt Grundschulmathematik (-unterricht) zugeordnet werden. Die Autorinnen Katrin Gerdiken und Anna Susanne Steinweg plädieren bei Vorschlägen für einen zeitgemäßen Mathematikunterricht neben schönen Anwendungen in der Umwelt und in Klein- und Großprojekten auch für eine Orientierung an der Struktur des Faches und an der Schönheit der mathematischen Strukturen (S. 86).

In dem sehr anschaulich und praxisrelevant geschriebenen Beitrag wird versucht, die “Strukturorientierung”, wie sie im Lehrplan Nordrhein-Westfalens verankert ist, mit möglichen Inhalten zu füllen. Sie stellen fest:

“Die Schönheit und Ästhetik der Mathematik sollte den Kindern in spielerischer und experimenteller Form näher gebracht werden. Die ursprüngliche Freude am mathematischen Tun, am Jonglieren mit Zahlen und geometrischen Formen, kann der Mathematik, parallel zur Umweltbezogenheit, neuen, ungeahnten Sinn geben.” (S. 86)

Unter dem Motto: *Schöne arithmetische Strukturen* im Unterricht erläutern die Autorinnen ihr Vorgehen in einem mehrmonatigen Unterrichtsprojekt in zwei 4. Schuljahren:

“Den Kindern etwas Neues und Ungewöhnliches anzubieten, kann ihre Neugierde und Wissbegierde wecken. Der überraschende Moment, wenn Ergebnisse ein besonderes Muster aufweisen oder wenn man plötzlich die Struktur einer Zahlenfolge o. ä. erkennt, motiviert zu eigenständiger Arbeit und zum weiteren Forschen und Probieren in diesem sonst als ‘trocken’ bezeichneten Fach.” (S. 87)

Das Arbeiten mit strukturierten Päckchen, das “Konstruieren” von Fibonaccizahlen und Punktmustern in Form von Polygonzahlen werden (illustriert durch Ausrisse aus Schüleraufzeichnungen) thematisiert.

Parkette, Figuren aus Kreisen und Mandalas werden unter dem Aspekt der Beschäftigung mit geometrischen Strukturen für den Unterricht erschlossen. Die Ergebnisse ihrer Untersuchungen fassen sie mit der Einschätzung:

“Gerade mit schönen, ästhetisch ansprechenden Zahlenmustern und geometrischen Phänomenen können die allgemeinen Lernziele der Grundschule ‘argumentieren’ und ‘kreativ sein’ voll unterstützt werden. Es drängt sich auf, über diese Mathematik zu sprechen, sich mit ihr in spielerischer Freude auseinanderzusetzen und dabei immer mehr ein Gespür für mathematische Beschreibungen und Begründungen zu erlangen.” (S. 93)

zusammen.

Lisa Hefendehl-Hebeker stellt ihrem Beitrag *Erleben, wie arithmetisches Wissen entsteht* die These voran, dass der Mathematikunterricht erlebbar machen sollte, wie mathematische Wissensbildung geschieht. Die Lehrkräfte sollten in der Lage sein, grundlegende Kategorien mathematischer Wissensbildung in elementarem Kontext zu erkennen, zu würdigen und auszuweisen (S. 106). Anhand von Beispielen aus der Geschichte der Arithmetik (Zahlbegriff, Entwicklung symbolischer Algebrasysteme) zeigt die Autorin solcherart Kategorien auf. Am Beispiel der Teilbarkeitslehre wird die unterrichtliche Umsetzung verdeutlicht.

Interessant dabei sind die Bezüge, die die Autorin zu Erich Ch. Wittmanns Auffassungen zur operativen Begriffsbildung herstellt (vgl. S. 108). Sie beschreibt im Zusammenhang mit der Verwendung von Rechensteinchen und “figurierten Zahlen” zur Veranschaulichung der Teilbarkeitsrelation auch diese didaktischen Mittel als wichtig für das “handelnde Erzeugen von Zahldarstellungen” verschiedener Art und die damit verbundene Einsicht in Zahlbeziehungen (mit Verweis auf das Projekt “mathe 2000”).

Mit direktem Verweis auf Erich Ch. Wittmanns Ausführungen zu Möglichkeiten einer “genetischen Vermittlung, die an den natürlichen erkenntnistheoretischen Prozessen der Erschaffung und Anwendung von Mathematik ausgerichtet ist” (S. 110), fasst Lisa Hefendehl-Hebeker zusammen:

“Auch der Lernprozess im Detail lässt sich spannender gestalten, wenn er als geistiges Abenteuer betrachtet wird. Die Inhalte selbst werden durchsichtiger, wenn sie von einer Metaebene aus aufgeschlüsselt werden, indem die eingenommenen Standpunkte und die vollzogenen Begriffsbildungen, theoretischen Deutungen und Umdeutungen ausgewiesen werden. Hinzu kommt ein weiter gefasster bildungspolitischer Grund: Jedes Fach hat spezifische Formen der Rationalität. Diese können ästhetisch-expressiv, historisch-hermeneutisch, religiös-konstitutiv, technisch-gestaltend oder mathematisch-idealisiert sein. Zum Verständnis eines Faches gehört Bewusstheit über dessen spezifische Denkweisen und die damit verbundenen Formen der Wissensbildung und des Zugriffs auf die Realität. Diese Bildungsanteile sollten bleiben, wenn die inhaltlichen Details vergessen werden.” (S. 110)

Hartmut Spiegel, Annette Ernst und Anja Schmetter beschreiben in ihrem Beitrag *Wenn die Rechnung nicht den Tatsachen entspricht: Kognitive Konflikte beim Rechnen mit Nummern am Fallbeispiel “Felix”* ein Projekt mit Lehramtsstudierenden, die klinische Interviews in die Lehrerausbildung einbeziehen. Sie beziehen sich dabei auf die Darstellung der Piagetschen Theorie, zugeschnitten auf den Mathematikunterricht durch Erich Ch. Wittmann. Im Zentrum des Beitrags stehen vier Episoden zu einem arithmetischen Thema, Bestandteil eines größeren Projektes.

Im Beitrag werden Transkripte im Wortlaut wiedergegeben, die aus einer Längsschnittuntersuchung, in der jeweils dieselben Kinder am Anfang des 1. und am Anfang des 2. Schuljahres dieselben Aufgaben gestellt bekamen. Jedes Interview umfasste 6 Kernaufgaben. Im Anschluss an die Dialoge werden die auswertenden Kommentare nachgestellt. Der Beitrag zeigt nicht nur anschaulich, dass durchaus Defizite in der Unterrichtskultur (bezogen auf die Grundschularithmetik) vorliegen, sondern auch, dass

die Piagetsche Theorie immer noch ein Instrumentarium zur Beschreibung kognitiver Lernprozesse und Verhaltensweisen von Kindern ist.

Von den Beiträgen zu fachwissenschaftlichen und fachdidaktischen Einzelthemen seien besonders hervorgehoben:

- Urs Kirchgraber: *Kurvendiskussion quo vadis?* (mit einem schönen Beispiel – Kinderkettenkarussell –, das sich sehr gut modellieren läßt und zu einer Gleichung mit Parametern führt, die unter verschiedenen Aspekten gelöst werden kann).
- Arnold Kirsch: *Die Ableitung des Kugelvolumens nach dem Radius – Verstehen und Verallgemeinern*
- Hans Schupp: *Ein (üb?)erzeugendes Problem* (vor allem unter dem Aspekt, dass Aufgabenvariation als eine heuristische Strategie in ein Konzept des aktiv-entdeckenden Lernens bei größtmöglicher Schüleraktivität eingeordnet werden kann und dabei unterschiedliche Lösungsansätze – arithmetisch-iterativ/algebraisch – als Ausgangspunkt für Varianten und Verallgemeinerungen des Ausgangsproblems dienen).

Bleibt insgesamt resümierend festzustellen:

Eines ist diese Festschrift allemal: Ein Fundus an Erfahrungen, Ideen und auch zukunftssträchtigen Überlegungen zum Mathematikunterricht. Der Nutzen dieser Festschrift als didaktische Publikation für Schule und Universität, für Mathematikunterricht und Lehramtsausbildung ist unbestritten. Solcherart Ehrung für einen herausragenden Wissenschaftler und Lehrer zum 60. Geburtstag, der sich national und international für die Profilierung der Mathematikdidaktik als eigenständige Wissenschaftsdisziplin, für die Konsolidierung der Mathematikdidaktik als Lehr- und Forschungsdisziplin verdient und einen Namen gemacht hat, ist ganz im Sinn eines Zitats aus einem Gedicht (“Die Teppichweber von Kujan Bulak”) von B. Brecht: “Sie ehrten ihn, indem sie sich nützten. Und hatten ihn also verstanden!”

Autor

Henning, Herbert, Prof. Dr., Otto-von-Guericke-Universität
Magdeburg, Fakultät für Mathematik, Postfach 4120,
D-39016 Magdeburg.
E-mail: herbert.henning@mathematik.uni-magdeburg.de

Rezensionen

Im Rezensionsteil des ZDM werden Publikationen von Bedeutung für die Didaktik oder Methodik der Mathematik/Informatik oder Publikationen mit allgemein interessierenden Inhalten von Fachleuten ausführlich rezensiert.

Hinweise auf relevante Werke oder Angebote von Rezensionen an die Redaktion des ZDM sind willkommen!

Book Reviews

New books on mathematics/computer science education as well as books of general interest are reviewed in detail in the review section of ZDM.

Readers are encouraged to participate in ZDM by offering book reviews and/or proposing books for a review to the editorial office of ZDM.