

# Das Kardinalzahlkonzept

## Untersuchungen bei einer Schülerin mit geistiger Behinderung

Barbara Ezawa, Mössingen

**Abstract:** *The concept of cardinality. Investigations of a mentally retarded student.* This case-study investigates different aspects of the concept of cardinality of an eighteen-year-old student with mental retardation. At the age of six she could not relate number words, finger and objects in counting. These errors still persist in the classroom situation. This investigation shows that nevertheless her concept of cardinality is fairly highly developed. She knows that in counting she must match number words and objects one to one, the number word sequence she uses is stable, and her insight into the irrelevance of order of enumeration when counting, which she finds by trial, is a sign of the robustness of her cardinal concept. She also understands the relationships of equivalence and order of sets, and she solves arithmetical problems by counting on or down, which means that she understands the number words as cardinal and at the same time as sequence numbers. Errors occur in complex situations, where several components have to be considered. But her concept of cardinality is also incomplete: she has special difficulties concerning counting out objects bundled in tens. The same problems occur when she uses multidigit numbers: she does not see a ten-unit as composed of ten single unit items, that is to say, she replaces the hierarchic structure of the number sequence by a concatenated one. These difficulties must be interpreted as a consequence of her special weakness concerning synthetic thinking and simultaneous performing, as similar patterns can be seen in her spatial perception and in her speech. In the syntactic structure of her utterances, too, the combination of simple entities to complicated units is replaced by a mere concatenation. This means that due to brain dysfunction her behavior is determined by a particular pattern which repeatedly appears intrapersonally, and which is characteristic of some mentally retarded persons though not of all of them. Evidently mathematical thinking is also not a determined system, but a variable one. Mentally retarded students may therefore have great difficulties concerning some areas and at the same time make better progress in others. In particular, difficulties in counting objects are no obstacle to knowledge of cardinality.

**Kurzreferat:** Die Studie untersucht verschiedene Aspekte des Kardinalzahlkonzeptes bei einer 18jährigen Schülerin. Infolge von Hirnfunktionsstörungen ist ihr intelligentes Verhalten durch ein besonderes Muster bestimmt, das intrapersonell gleichförmig auftritt und für manche, aber nicht für alle Menschen mit geistiger Behinderung charakteristisch ist. Die zugrundeliegenden Prozesse, die sich auch im Sprechen und im räumlichen Denken zeigen, erschweren besonders das Abzählen und das Arbeiten mit bestimmten Veranschaulichungsmitteln. Trotzdem konnte im Laufe der Schulzeit ein entwickeltes Kardinalzahlkonzept erworben werden. Das mathematische Denken ist also kein determiniertes System, sondern ein variables. Bei behinderten Schülern können deshalb große Schwierigkeiten in bestimmten Bereichen des Denkens und Lernens und zugleich bessere Fortschritte in anderen auftreten.

ZDM-Classification: C96, F26

### 1. Zur Einführung

Vier Schüler, zwei Jungen und zwei Mädchen, der Oberstufe für geistig Behinderte sollen die Anzahl von bis zu fünfzig Plättchen, die in der üblichen Weise, in Zehnerbündeln, vorgelegt werden, bestimmen. Drei von ihnen finden das Ergebnis immer spontan und richtig, der vierten Schülerin gelingt das in keinem Fall, auch nicht bei vier Plättchen in der Würfelanordnung. Sie kann dagegen immer den Rangplatz feststellen, nachdem man sich auf den ersten Punkt und die Durchlaufriechung geeinigt hat, Aufgaben, die die beiden Jungen gar nicht lösen können, auch das zweite Mädchen macht dabei viele Fehler.

Geistigen Behinderungen liegen unterschiedlich ausgeprägte Entwicklungsstörungen oder Schädigungen des Gehirns zugrunde, durch die oft bestimmte Systeme besonders betroffen sind. Das intelligente Verhalten, also die Aufnahme und Verarbeitung von Informationen sowie die Planung und kontrollierte Ausführung von Handlungen, kann dadurch in jeweils charakteristischer Weise beeinträchtigt sein. Die angeführte Szene weist auf Verarbeitungsstörungen hin, die auf gegensätzliche geistige Prozesse zurückzuführen sind: Drei der Schüler können offensichtlich das synthetisierende Erfassen der Anzahl der Plättchen gut leisten, das Zusammenfügen der Teile zu einem einheitlichen Ganzen. Sie haben aber große Mühe mit dem systematischen sequentiellen Durchlaufen, der Einhaltung der vorgegebenen Reihenfolge. Bei der vierten Schülerin, Anne (der Name wurde geändert), ist es offensichtlich umgekehrt. Ihre Schwierigkeiten mit dem Feststellen der Anzahl von Objekten führen zu der Frage, in welcher Weise und wieweit nun ihr Kardinalzahlkonzept entwickelt ist. Das soll im folgenden untersucht werden.

### 2. Fallstudie Anne

#### 2.1 Allgemeines zur Person

Sie hat Lesen, Schreiben und Rechnen gelernt und gehört zu der Gruppe leichter geistig behinderter Schüler. Als Folge eines frühkindlichen Hirnschadens ist sie gleichzeitig geistig, körperlich und sprachbehindert, sie sieht und hört dabei gut. Die Untersuchung ihres intelligenten Verhaltens einschließlich des Zählens und Rechnens in ihrem 19. Lebensjahr bestätigt den obigen Eindruck: Ihr Denken ist ganz allgemein durch besseres Analysieren als Synthetisieren und damit eher sequentielles als simultanes Verarbeiten geprägt (vgl. Ezawa 1996). Es überwiegt in ihren geistigen Handlungen das bloße Aneinanderreihen vor der hierarchischen, systemhaften Ordnung. Ihr Sprechen und Verstehen beschränkt sich deshalb auf einfache Sätze, *Wortketten*, deren Elemente lediglich sequentiell geordnet sind. Artikel, Präpositionen, Flexionen usw., die ganz allgemein Beziehungen anzeigen, fehlen meist. Auch werden Wörter gleicher Klasse ausgetauscht (*du* und *ich*, *ja* und *nein*). Räumlich-konstruktive Aufgaben werden schwer erfaßt und gelöst. Sie arbeitet konzentriert und ist kaum ablenkbar, erfaßt aber meist nicht das Ganze der Situation. Dabei zeigen sich große Umstellungsschwierigkeiten.

Das prozedurale Denken beim Zählen und Rechnen ist dank der relativ gut ausgebildeten analysierenden und sequentiellen Fähigkeiten aber relativ weit fortgeschritten. Sie kann die Folge der Zahlen bis 100 und auch weiter bis 1000 in zwei Richtungen und in Sprüngen aufsagen und dabei beliebig unterbrechen. Auch das Verständnis der Addition und Subtraktion ist gut entwickelt, einfache Rechenregeln werden angewandt. Aber wie beim Sprechen zeigt sich das weniger gut entwickelte synthetisierende Denken und simultane Verarbeiten auch im Bereich der Zahlen mit ihrem Bündelungs- und Stellenwertsystem sowie beim Addieren und Subtrahieren in der Verwendung abweichender, vereinfachter Regeln.

### 3 Plättchen

A (sofort): 3

### 6 linear angeordnete Punkte

A (sofort): 7

L: Kannst du's nochmal überprüfen?

A (zählt und berührt mit dem Finger): 1 2 3 4 5 6

### 4 linear angeordnete Punkte

L: Sind das mehr Punkte oder sind das weniger?

A (sofort): weniger

L: Wieviel sind das?

A (2 sec): 4

### 8 unregelmäßig angeordnete Punkte

L: Wieviel sind das?

A (3 sec): 8 (erfaßt zunächst schrittweise mit den Augen und berührt bei der Wiederholung mit dem Finger, kein Punkt wird ausgelassen oder doppelt gezählt) 1 2 3 4 5 6 7 8

### 5 unregelmäßig angeordnete Punkte

L: Sind das mehr Punkte oder weniger?

A: dies ist mehr als das da (8 mehr als 5)

L: Weißt du noch, wieviel das hier waren?

A: 8

L: Wieviel sind das?

A: 5

Bei der Mehrzahl der weiteren Aufgaben verwendet sie die Strategie des Zeigens oder Berührens mit dem Finger, die das Einteilen der Objekte in Gezähltes und zu Zählendes erleichtert und sicherer zu richtigen Ergebnissen führt. Auch bei einer größeren Anzahl unregelmäßig angeordneter Punkte behält sie diese Strategie bei, sie deckt also nicht die gezählten Punkte ab.

Auch die folgenden Untersuchungen zum Kardinalzahlkonzept wurden 1992, in ihrem 19. Lebensjahr durchgeführt.

## 2.2. Die Anzahl nicht gebündelter Objekte feststellen

### 2.2.1. Verwendete Zählverfahren

Untersucht wird das Bestimmen der Anzahl von 3 Plättchen, von 6, 4, 17, 12 und 22 linear angeordneten Punkten sowie von 8, 5, 11, 18 und 24 unregelmäßig angeordneten Punkten ( $\emptyset$  jeweils 2 cm), aufgeklebt auf gleichgroße Quadrate.

erfaßt mit den Augen, richtig

versucht, die Anzahl simultan mit den Augen zu erfassen;

unangemessene Strategie, 1 zuviel; zählt richtig mit Berühren

entscheidet richtig

richtig mit den Augen erfaßt

richtig, zählt mit den Augen, berührt beim Nachzählen mit dem Finger

entscheidet richtig über mehr oder weniger;

hat Zählergebnis behalten

zählt richtig mit den Augen

### 2.2.2 Die Angabe des Ergebnisses

Hier antwortet sie meist mit der Kardinalzahl. Wenn sie beim Abzählen den zugehörigen Abschnitt der Zahlenfolge aber laut oder leise aufsagt, antwortet sie auch, wie bei 6 und bei 8 Punkten, mit der Zahlenfolge, ohne das letzte Zählwort zu betonen oder zu wiederholen, was sie aber doch im folgenden Beispiel nach dem zweiten Abzählen tut:

*17 linear angeordnete Punkte*

A (zählt und berührt mit dem Finger): 1 2 3 4 5 6 7 8  
9 10 11 12 13 14 f (Rest verschluckt) 16 (berührt die letzten 3  
Punkte nicht mehr mit dem Finger, zeigt lediglich hastig in ihre  
Richtung)

L: Willst du's nochmal überprüfen?

A: 16 . . also gut 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16  
17 17

1 zuwenig, keine Korrespondenz zwischen  
Zahlwort - Zeigen - Objekt, zählt *flüchtig*

zählt bei der Wiederholung richtig mit  
Berühren, wiederholt die letzte Zahl

*2.2.3 Abweichende Ergebnisse*

Anne macht bei 7 von 11 Zählaufgaben keinen Fehler, sie  
zählt 4, 12 und 22 linear angeordnete Punkte und auch 5,  
8 und 18 unregelmäßig angeordnete Punkte richtig ab.

Beim Abzählen von 17 linear angeordneten Punkten  
korrigiert sie sich auf Nachfrage.

*22 linear angeordnete Punkte*

A (zählt und berührt mit dem Finger): 1 2 3 4 5 6 7 8 9  
10 11 . 13 14 15 16 17 18 neu 20 21 22

zählt richtig, Finger und Zahlwort  
korrespondieren immer, wenn ein Zahlwort  
verschluckt wird, wird trotzdem gezeigt

Doppeltzählen wird nur beim Zählen unregelmäßig ange-  
ordneter Punkte beobachtet, bei 24 und bei 11 Punkten:

*11 unregelmäßig angeordnete Punkte*

A (zählt und berührt mit dem Finger): 1 2 3 4 5 6 7 8 9  
10 11 12

der Finger bleibt auf dem 11. Punkt liegen

*2.2.4 Diskussion der Ergebnisse*

Die Aufgabe, eine Menge von Objekten abzuzählen,  
besteht darin, eine Eins-zu-Eins-Korrespondenz zwischen  
der Zahlwortreihe mit ihrer zeitlichen Abfolge und den  
Objekten mit ihrer räumlichen Ordnung herzustellen. Das  
Zeigen gibt dabei gleichzeitig die räumliche und zeitliche  
Ordnung wieder und das letzte benutzte Zahlwort gibt die  
Mächtigkeit der Menge an. Dabei geht man von der  
Zählzahl zur Kardinalzahl über, die sich auf die ganze  
Menge bezieht (Fuson/Hall 1983: 63 ff.).

## 1) Annes Zählstrategien

- i) simultanes Erfassen mit den Augen
- ii) schrittweises Erfassen oder Zählen mit den Augen
- iii) Zeigen oder Berühren der Objekte mit dem Finger

Ad i): Anne erfaßt hier 3 Objekte simultan mit den  
Augen. Es ist nicht völlig klar, wie dieser in der  
amerikanischen Literatur *subitizing* (von subito, lat.  
plötzlich) genannte Vorgang zustande kommt. Beckmann  
(1973: 129) beobachtete, daß kleine Kinder auch kleine  
Anzahlen zuerst zählen und erst später simultan erfassen  
können (vgl. Gallistel/Gelman 1992: 58 f.). Fischer  
(1992) und Oehl (1935: 317) finden bei 5- und 6jährigen  
unterschiedliche Verfahren beim Erfassen von 3 bzw. 4  
und mehr linearen Punkten. Drei Objekte werden noch als  
Ganzes, simultan, wahrgenommen, vier oder mehr  
dagegen werden in einem *prozeduralen Mechanismus*  
schrittweise gezählt.

Ad ii): Das eher mühsame Erfassen von nur 4 Punkten  
nach etwa 2 Sekunden ist auch auf deren lineare  
Anordnung zurückzuführen. Die Anzahl von 8  
unregelmäßig angeordneten Punkten ermittelt Anne im  
Vergleich dazu relativ schnell mit den Augen.  
Unregelmäßig angeordnete Punkte können anders als  
linear angeordnete leichter zu Mustern, die das Abzählen  
abkürzen und vereinfachen, zusammengefaßt werden.

Ad iii): Bei mehr als etwa 10 linear oder unregelmäßig  
angeordneten Objekten greift Anne von sich aus sofort  
zum sichereren Zeigen oder Berühren mit dem Finger,  
aber auch beim zweiten Zählen der 8 Punkte.

Das Zählen unregelmäßig angeordneter Objekte ist ab  
etwa 10 schwieriger als das von linear angeordneten, weil  
dabei nicht nur die räumlich-zeitliche Korrespondenz  
zwischen Zählwörtern, Zeigen und Punkten herzustellen  
ist, sondern gleichzeitig auch zur gesamten Menge, damit  
kein Objekt doppelt gezählt oder ausgelassen wird (Fuson  
1992: 133, Wilkinson 1984: 36). Um sich die bereits  
gezählten Punkte zu merken, greift man meist zu einer  
physikalischen Strategie wie dem Abdecken; das tut  
Anne aber nicht. Nach Fuson (1988) kommt es bei  
5jährigen noch zu vielen Fehlern beim Zählen von 10 bis  
30 unregelmäßig angeordneten Objekten durch Auslassen  
oder Doppeltzählen. Anne kommt bei 5, 8 und 18  
unregelmäßig angeordneten Punkten zum richtigen  
Ergebnis, bei 11 und 24 erhält sie lediglich 1 bzw. 2  
zuviel. Sie ist offensichtlich um die Korrespondenzen  
zwischen Zahlwort, Zeigen und Objekt, aber auch um die

Einteilung in Gezähltes und Zu-Zählendes bemüht.

## 2. Annes Antworten auf die Frage "wieviel"

- i) sofortiges Nennen der Kardinalzahl
- ii) Wiederholen des letzten Wortes der Zählreihe
- iii) reines Auszählen ohne Betonung oder Wiederholung des letzten Wortes

Bisher galt das Kardinalzahlkonzept als erworben, wenn Kinder nach dem Abzählen das letzte Zählwort wiederholen, es betonen oder mit der letzten Zahl allein antworten (z. B. Fuson 1988: 242 ff., Gelman/Gallistel 1986: 80, 122 ff., Vergnaud 1992: 220). Antworten wie unter iii) wären danach ein Hinweis auf ein rein prozedurales Vorgehen und Fehlen des Kardinalzahlkonzepts. Kinder, die solche Antworten geben, zählen auf Wiederholung der Frage nach der Anzahl auch häufig erneut (Stern 1928: 339, Fuson/Hall 1983: 63 ff., Greeno/Riley/Gelman 1984: 97 f., Wynn 1990: 163 f.). Aber die Regeln der Konversation, nichts Unnötiges zu sagen, führen selbst bei Erwachsenen dazu, daß nach dem lauten Abzählen das letzte Zählwort nicht wiederholt und auf Nachfragen hin evtl. erneut abgezählt wird (Gelman/Meck 1992: 178 ff.). Anne verwendet alle drei Antworttypen in einer Sitzung. Das reine Auszählen nimmt sie auch bei leichteren Aufgaben mit wenigen Objekten vor, für die das Kardinalzahlkonzept ja früher erworben wird, als für größere Anzahlen. Die Angabe der Anzahl tritt dagegen auch bei 17 Punkten auf, einer schwierigen Probe. Bei 8 Punkten zählt Anne zunächst ohne Stimme und Lippenbewegungen mit den Augen und gibt die Anzahl an, dann zählt sie laut aus, ohne auf die Anzahl hinzuweisen. Bei der späteren Nachfrage antwortet sie gleich mit "8"; sie hat sich also die Zahl, die die *Gesamtheit* der Punkte repräsentiert, gemerkt. Diese Nachfrage wurde anders als bei Stern und Gelman/Meck erst nach einiger Zeit gestellt, und zwar im Zusammenhang mit dem kardinalen Vergleich zweier Mengen. Deshalb bezieht sich Anne in ihrer erneuten Antwort, anders als die Probanden dieser Autoren, nicht auf den Zählprozeß, sondern auf dessen Ergebnis. Anne antwortet also kontextbezogen mit der Kardinalzahl.

## 3. Abweichende Ergebnisse

Anne führt den Zählprozeß häufig richtig durch. Vorkommende Fehler sind auf

- i) flüchtiges Vorgehen beim Zählen (bei 17 Punkten)
- ii) auf besondere Schwierigkeiten in der Aufgabenstellung (bei 22 unregelmäßig angeordneten Punkten)
- iii) evtl. auf Schwierigkeiten, die Zahlenreihe rechtzeitig abzubrechen (bei 11 Punkten), zurückzuführen.

Ad i) Das *flüchtige* Zählen verletzt die Zuordnungen von Zahlwortreihe, Zeigen und Objekt, und zwar beide Korrespondenzen; die Zahlenfolge wird dabei meist richtig aufgesagt. Es kommt bei Anne häufig vor, obwohl sie immer um die richtige Lösung bemüht ist. Wie im obigen Beispiel weist sie gegen Ende nur noch hastig in die Richtung der Objekte. Wenn sie den Eindruck hat, daß ihr Ergebnis falsch ist, oder darauf hingewiesen wird, kann sie sich korrigieren. Sie weiß also, daß sie auf die

Zuordnungen von Zahlwort, Finger und Gegenstand achten muß.

Im Juni 1994 unterliefen ihr bei einem neuen Computerspiel, *Zahlenraten im Hunderterfeld*, bei jeder Aufgabe Fehler durch solch flüchtiges Zählen. Eine Woche später löste sie dieselben Aufgaben aber richtig, vermutlich, weil ihr das Spiel jetzt bekannt war und sie sich besser auf die Zähl Aufgabe einstellen konnte. Auch im Unterricht der Gruppe, wenn Anne sich durch die schnelleren Mitschüler unter Druck gesetzt fühlt, kann sie oft nicht die notwendigen Korrespondenzen kontrollieren als Folge ihrer speziellen Schwäche im simultanen Verarbeiten, in der Fähigkeit, verschiedene Komponenten zu koordinieren.

Solch *flüchtiges* Zählen beobachtet Fuson (1988: 77) bei sehr kleinen Kindern als anfängliches *aufgeregtes* Zählen, bei etwas älteren tritt es gelegentlich auf, bei 6jährigen ist es fast überwunden. Fuson deutet es bei älteren Vorschulkindern als *degeneriertes* Zählen, weil sie, wie Anne, bei anderen Versuchen auf die notwendigen Korrespondenzen achten. Auch bei anderen Schülern mit vergleichbaren Grundmustern des Verhaltens konnte ich diesen Fehler beobachten. Die oben erwähnten Mitschüler zählen aber immer sorgfältig.

Ad iii) Wilkinson (1984) und Gelman/Gallistel (1986: 205) deuten den Fehler, das Zählen zu weit fortzusetzen, bei kleinen Kindern als *motorischen Stoppfehler*, denn für sie ist es allgemein schwierig, sprachliches und manuelles Handeln zu koordinieren (Luria 1993, 115 ff.), wie es aber auch bei Anne der Fall ist (vgl. Ezawa 1996). Ganz allgemein fällt ihr der Wechsel von Zuständen, dazu gehört das Beenden einer Tätigkeit, schwer. Beim Zählen tritt dieses Problem inzwischen nur noch selten auf, vermutlich wurde es durch Übung weitgehend überwunden.

## 2.3 Die Irrelevanz der Reihenfolge beim Abzählen

6 linear angeordnete Punkte

A (zählt mit Berühren von links nach rechts und flüstert):  
1 2 3 4 5 6

L: Worauf muß man achten, wenn man mit dem Finger zählt?

A: daß man nichts vergessen hat die Zahlen

L: Ist das verkehrt, wenn ich hier anfangen (zeigt auf das 6.)?

A: auch nicht

L: Ist nicht verkehrt?

A: nein

L: Kann man auch bei diesem anfangen, wo ich die Klammer hingesteckt habe (das 3. wird markiert)?

A: nein . das ist verkehrt

A (zählt beginnend mit dem 3. bis zum 6., zögert, zählt dann das 1. und 2.): doch . ja

Die Irrelevanz der Reihenfolge beim Abzählen ist Anne also bewußt, soweit es sich um die Zählrichtung handelt. Daß man auch innerhalb der Reihe beginnen kann, kann sie durch Ausprobieren feststellen, aber nicht vorhersagen. Entsprechend verfährt sie bei einer längeren, nicht mehr überschaubaren Reihe von 12 Punkten.

## Diskussion der Ergebnisse

Nach Gelman/Gallistel (1986) liegen selbst dem Zählen kleiner Kinder bestimmte Prinzipien zugrunde, zu denen die Irrelevanz der Reihenfolge gehört. Kinder, die es anwenden können, verstehen zumindest implizit, daß das Zählergebnis nicht von der Reihenfolge des Abzählens abhängt, daß die Zahlbezeichnungen willkürlich und vorübergehend zugeordnet werden und daß Zahlen nicht Eigenschaften von Gegenständen sind. Konzepte wie bei Anne fand Baroody (1986, 1992) bei 4- und 5jährigen

nichtbehinderten Kindern, aber auch bei 5 von 13 Kindern mit geistiger Behinderung zwischen 5;10 und 12;10 Jahren. Kinder lernen aber erst später vorherzusagen, daß man auch in der Reihe beginnen kann; hier geht das prozedurale dem konzeptionellen Wissen voraus (ders. 1992: S. 122).

**2.4 Äquivalenz- und Ordnungsrelationen**

Eine Beobachtung im Unterricht, Mai 1992:

*7 Plättchen dicht zusammengelegt und 6 Plättchen mit größerem Abstand*

L: A, was meinst du, wo sind mehr?

A: das ist mehr als des

es wird nicht nach der Anzahl der Plättchen gefragt  
alle Schüler zählen spontan  
meint 7 ist mehr als 6, richtig

Anne löst wie die Mitschüler die Aufgabe zum kardinalen Vergleich beider Reihen von Plättchen richtig durch Zählen.

Beispiele aus der Untersuchung.

Bevor die Anzahl der Plättchen ausgezählt wird, soll sie mit der Anzahl der Punkte in der vorangehenden Aufgabe verglichen werden. Anne gibt immer umgehend und richtig an, auf welcher Karte mehr Punkte sind. Dabei

handelt es sich um relativ große Differenzen, die leichter festzustellen sind als kleine. Bei linear angeordneten Punkten kann sie sich dabei an der Länge der Reihe orientieren, bei den unregelmäßig angeordneten an der Dichte der Punkte.

Bei der erneuten Vorlage aller 5 Streifen mit linear geordneten Punkten:

L: Wo sind die meisten Punkte?

A: die

L: Die beiden, haben die beiden gleichviel?

A zählt die Punkte beider Streifen, den 1. vom 1., dann den 1. vom 2. Streifen, den 2. vom 1. und den 2. vom 2. Streifen usw.; sie wiederholt das Verfahren bei einem weiteren Versuch

L: Schau mal hin, vielleicht kann man sehen, wo mehr und wo weniger sind. Was meinst du?

zeigt auf die Streifen mit 17 und 22 Punkten

falsche Strategie: Addition der Punkte statt Vergleich durch Eins-zu-Eins-Zuordnung

Hier wurden 17 und 22 Punkte jeweils auf die gleiche Länge verteilt. Anne berücksichtigt also nur die Länge und nicht die Dichte und erinnert sich auch nicht an die

Zählergebnisse. Den Streifen mit den wenigsten linear angeordneten Punkten findet sie auf Anhieb.

*5 Karten mit unregelmäßig angeordneten Punkten, die jeweils auf die gleiche Fläche verteilt sind:*

L: Was meinst du, wo sind am meisten Punkte?

A: die beiden (18 und 24)

L: Kannst du sehen, wo mehr sind?

A: das ist mehr (24)

L: Und wo sind am wenigsten?

A: des (11, schaut nicht alle Karten an)

zeigt die beiden Karten mit den meisten Punkten,

entscheidet richtig

falsch, zeigt Karte mit weniger, nicht mit den wenigsten Punkten

L: Guckst du noch mal alle Karten an?

A: meisten

L: Am wenigsten frage ich jetzt.

A: das da ist wenigste (5)

Aufgabe nicht behalten

Richtig

Hier kann sie auf Nachfrage korrigieren. Bei der Suche nach den wenigsten Punkten berücksichtigt sie aber nicht alle Karten.

weniger aufgrund der Beziehung zwischen den ermittelten Zahlen. Diese Strategie wenden auch nichtbehinderte Schulanfänger im Regelfall an (Schmidt/Weiser 1982: 247 ff., Droz 1992: 236).

Der Vergleich von zwei Punktmengen gelingt Anne in der Regel, sie entscheidet schnell und sicher durch den

## Diskussion der Ergebnisse

Im Unterrichtsbeispiel entscheidet Anne über mehr oder

Augenschein. Schwierigkeiten treten nur in einer Konfliktsituation auf, bei 17 und 22 auf die gleiche Länge verteilten Punkten, was nach Fuson (1988: 366) erst von 7-jährigen richtig beurteilt wird. Wenn mehr als 2 Mengen gegeben sind, wie es im Alltag tatsächlich oft der Fall ist, und die Aufgabe damit umfangreicher wird, entstehen Fehler auch durch unvollständige Lösungen.

Fuson (1992: 137) und Ginsburg (1982: 33 ff., vgl. auch Doman 1982) fanden, daß bereits 3-jährige oder noch jüngere Kinder mit Hilfe von Wahrnehmungsstrategien auch bei größeren Anzahlen von Objekten und relativ kleinen Differenzen, z. B. 18 und 17, richtig über mehr oder weniger entscheiden können. Der kardinale Vergleich durch Zählen wird aber relativ spät gelernt; erst 4 1/2-jährige sind erfolgreicher (Sophian 1992). Anne kann beide Strategien einsetzen.

### 7 Plättchen

L: Wieviel Plättchen habe ich hier reingetan?

A: 5

L: Aber diese (2) gehören dazu.

A (sofort): 12

L: Kannst du's noch mal überprüfen?

A: 12

L: Wie kann man's genau feststellen?

A (zählt und berührt mit dem Finger): 1 2 3 4 5 6 7 7

Anne hält an diesem Fehler bei einem großen Teil der Aufgaben fest, nämlich bei der 2., 4., 5., 9. und 10. Aufgabe. Auch bei weniger als 20 Plättchen kann sie sich

### 16 Plättchen

L: Wieviel Plättchen hast du jetzt?

A: 10 20 . 31 hmm

L: Kannst du's überprüfen?

A: 10 20 31

L: Wieviel sind in einer Stange?

A: das ist 10 . das ist 10 (zeigt auf 2 Stangen)

L: Wieviel sind in einer Stange?

A: 5

L: Und wenn man ein Päckchen hat?

A: gibt 10

L: Jetzt schau dir's an.

A: 5 . 15

L: Und insgesamt, wieviel sind's insgesamt?

A (flüstert): 10 20 30 und des da

L: Wieviel sind's zusammen?

A: 10 20 30 31

L: In einer Stange sind?

A (sofort): 5

L: In einem Block sind?

A (sofort): 10 . 15

L: Und wenn man den dazurechnet? (den 16.)

A: 25

Und beim übernächsten Versuch:

A: 10 . 15 . . 10 . 15 . 16 . jetzt hab ich es

### 2.5 Die Anzahl gebündelter Objekte feststellen

Das Abzählen von Plättchen und anderen Objekten wurde regelmäßig geübt. Anne wurde auch angeleitet, mobile zu zählende Gegenstände immer in einer bestimmten Weise anzuordnen, z. B. Plättchen und Zehnpfennigstücke paarweise zu zehnt, was sie selbständig meist nicht tut.

#### Ergebnisse der Untersuchung

Plättchen ( $\varnothing$ : 2 cm) werden in Zehnerbündeln, in Doppelreihen zu fünf vorgelegt. Zum besseren Hantieren für die behinderten Schüler werden jeweils fünf in ein Vierkantholz, eine *Stange*, eingelegt; 2 Stangen werden zu einem *Block* von 10 Plättchen aneinandergefügt. Aufgaben: Die Anzahl von 7, 3, 23, 16 und 49 Plättchen feststellen, die Anzahl von 13, 9, 51, 26 und 37 Plättchen herstellen.

beachtet nicht alle Plättchen

zählt eine Stange, 5, als 10

zählt richtig mit Berühren

nicht durch die Anschauung korrigieren. Nur mit großer Mühe findet sie zum richtigen Ergebnis.

zählt wieder 5er als 10er

wiederholt die Lösung

richtig, aber unvollständig

wiederholt die erste Lösung

wiederholt das erste Verfahren

bleibt bei der Fünferreihe

richtig beim 5. Versuch; weiß, daß sie jetzt richtig gezählt hat

Deutlich weniger Schwierigkeiten hat Anne, die Anzahl von Taschentüchern festzustellen bzw. herzustellen, die ihr in Packungen zu 10 und einzeln vorgelegt werden, allerdings erst, nachdem sie auf die Bündelungseinheit

32 Taschentücher, 3 Päckchen und 2 lose

L: Jetzt möchte ich wissen, wieviel das sind.

A (sofort): 5

57 Taschentücher:

A (zählt mit Berühren): 10 20 30 40 50 51 52 53 54 56 57

58 (läßt 55 aus, berührt auch kein Objekt für 55)

L: Kannst du's noch mal nachzählen?

A (zählt mit Berühren): 10 20 30 40 50 . 51 52 53 54 55 56 57 richtig nachgezählt

Andere vorkommende Fehler bestehen im Vertauschen der Zehner und Einer (47 statt 74) sowie im Verzählen um ein Päckchen beim Herstellen einer Anzahl (74 und 14). Sechs Aufgaben werden sofort richtig gelöst.

Diskussion der Ergebnisse

Das Abzählen von gebündelten Objekten ist komplexer als das von linear oder zufällig angeordneten:

- die Mächtigkeit der Bündel muß festgestellt und behalten werden
- die verschiedenen Bündel müssen erkannt, bezeichnet und mit der passenden Zahlenfolge gezählt werden
- beim Zählen muß von der größten zur kleinsten Einheit fortgeschritten werden
- dabei muß die Zahlenfolge passend gewechselt werden.

Beim Abzählen von 7 Plättchen ist die erste Lösung, 5, unvollständig. Anne erfaßt nicht die ganze Situation. Beim 2. Versuch addiert sie die übersehenen 2 zu 10 statt zu 5, greift also auf die wesentlich geläufigere Aufgabe, Addition zu 10, zurück und kann sich nicht korrigieren. Obwohl sie die Fünferreihe flüssig aufsagen kann, werden die 3 Fünferstangen bei 16 Plättchen als Zehner, der sicherlich noch geläufigeren Folge, gezählt. Entsprechend kann sie beim Weiterzählen um eins bei der Folge 10, 15 auch nicht den Übergang zur Einerreihe finden, 10, 15, 16, sondern setzt mit 25 fort.

Weil die Plättchen in derselben Anordnung zu 10 immer wieder verwendet werden, könnte man erwarten, daß Anne ihr Muster sicher erkennt und benennt. Im Unterricht stellt sie aber auch die spezielle Anordnung der Plättchen ohne Anleitung nicht selbst her als Folge ihrer schlechter ausgebildeten konstruktiv-räumlichen, also synthetischen Fähigkeiten. Weder beim Erkennen und Benennen noch beim Herstellen hilft ihr die Anschauung allein, denn dabei handelt es sich ja um einen aktiven Prozeß, bei dem der Wahrnehmungsgegenstand konstruiert werden muß (vgl.

hingewiesen wird. Aufgaben: die Anzahl von 32, 57, 81, 45, 63 Taschentüchern feststellen und die Anzahlen von 21, 74, 95, 14, 43 herstellen.

Anzahl der Gegenstände, beachtet die Bündelung nicht

Zählfehler, läßt eine Zahl aus

Lorenz 1992: 56). Es geht eben nicht um eine Empfindung, wie man im vorigen Jahrhundert dachte, sondern um einen synthetischen Akt, um das Vereinigen einzelner Elemente zu einem Ganzen.

Wie die Beispiele zum kardinalen Vergleich zeigen, kann Anne den Unterschied zwischen 5 und 10 Plättchen sicher erfassen. Hier aber muß auch die Bezeichnung ausgewählt (selegiert) werden, 5 oder 10. Für sie ist es nun ganz allgemein schwierig, Wörter einer Klasse wie *ja* und *nein* oder *dein* und *mein* passend auszuwählen. Auch für kleine Kinder ist das Benennen einer Anzahl allgemein schwieriger als das Herstellen, Unterscheiden oder Finden (Beckmann 1973).

Auch die Bündelungseinheit der Taschentücher wird nicht erkannt, 32 Taschentücher, 3 Päckchen und 2 einzelne, werden als 5 interpretiert. Nach einem Hinweis kann sie aber in allen weiteren Aufgaben den Zählalgorithmus richtig durchführen: Sie beginnt mit der größeren Einheit, wechselt passend von der Zehner- zur Einerfolge und macht nur wenige Fehler.

Plättchen werden oft zur Darstellung von Zahlen benutzt, weil sie besonders gut den iterativen Aufbau der Zahlenreihe verdeutlichen. Gerade hier hat Anne aber besondere Schwierigkeiten. Der Umgang mit gebündelten Materialien, bei denen die einzelnen Objekte nicht sichtbar sind, wie bei Taschentuchpäckchen, Münzen und Geldscheinen, oder nur andeuten, wie bei Mehrsystemblöcken, fällt Anne wesentlich leichter. Allerdings muß sie auch hier auf die Zehnerbündelung hingewiesen werden. Beim Zählen gebündelter Objekte erfaßt sie nicht das *System*, die Struktur aus Vielfachen der hierarchisch geordneten Einheiten Einer und Zehner. Ganz entsprechend ist auch ihr Verständnis für das Stellenwertsystem der geschriebenen Zahlen und die Beziehungen zwischen den Bündelungseinheiten der Zahlwörter generell eingeschränkt (Ezawa 1996).

## 2.6 Das Zählen von Zahlwörtern

11 + 5 =

A (bewegt die Lippen, 20 sec): 16

9 + 8 =

richtig, zählt ohne Finger

A (zählt murmelnd an den Fingern, berührt 5 Finger der rechten und 3 der linken Hand): 10 . 12 . 13 14 15 17 richtig, zählt an den Fingern

19 - 4 =

A (flüstert): rückwärts (zählt kaum hörbar, 10 sec) 16 falsch, zählt rückwärts ohne Fingerbenutzung, 1

L: 16. zuviel, überprüft selbständig, richtig, zählt

A (zählt leise, berührt einzeln 4 Finger der rechten Hand): 15 . vertan ja . ich hab vertan rückwärts an den Fingern.

### Diskussion der Ergebnisse

Hier werden nicht konkrete Objekte gezählt, sondern die Zahlwörter selbst, die unabhängig von ihrem kardinalen Wert als zählbare Einheiten benutzt werden (Fuson 1988, Kap. 8; Steffe et al. 1983). Beim Weiterzählen geht Anne von der Kardinalzahl des ersten Summanden innerhalb der Zahlenfolge zur Zählzahl über und zum Abschluß wieder von der Zählzahl zur Kardinalzahl. Der erste Summand ist so ein Teil der Summe, zu der der zweite Summand, ebenfalls als Teil der Summe, führt. Den Zählwörtern wird zur Kontrolle die feste Folge der Finger zugeordnet, damit ist jedes Element der Zahlenfolge gleichzeitig Zählzahl und Kardinalzahl. Beim Subtrahieren geht sie umgekehrt vom Minuenden aus, löst die Aufgabe durch Rückwärtszählen und erhält so die Differenz als Teilmenge der Folge der Zahlen, deren Anzahl der Minuend angibt. Summand und Summe werden also als Teil-Ganzes-Beziehungen innerhalb der Zahlenfolge aufgefaßt.

### 2.7 Kommentar: Annes Kardinalzahlkonzept

Schon Säuglinge mit 6-8 Monaten können sehr kleine Anzahlen erfassen, unterscheiden und mit ihnen operieren, also bevor sie fähig sind zu sprechen (vgl. Riess 1973; Starkey/Spelke/Gelman 1990, Droz 1992). Diese frühen Fähigkeiten implizieren nach Gallistel/Gelman (1992: 44 f.) aber noch nicht ein Zahlkonzept, das durch arithmetische Beziehungen definiert ist, ein wahrhaft *numerisches* Zählen, wie Piaget es nannte, sondern beinhalten lediglich die Vorstellung von der Anzahl als Kategorie (von Gelman/Gallistel 1986 *numeron* genannt), die sich also lediglich auf das bezieht, was sie repräsentiert.

Kinder müssen sich schrittweise ihren eigenen Weg durch zunehmend komplexere Zahlkonzepte konstruieren, dazu ist das Zählen ein grundlegendes Werkzeug. Wie das Kind das Kardinalitätsprinzip erwirbt, ist aber umstritten, ob, wie Fuson annimmt (1992), das Zählen, also das prozedurale Wissen, vorangeht oder, wie Gelman/Gallistel (1986) meinen, einige Prinzipien zuerst gelernt werden, oder, wie Baroody postuliert, beides sich gemeinsam entwickelt (1992). Vierjährige wollen jedenfalls alles zählen (Gardner 1993: 101) und Gelman/Gallistel stellen fest: "Preschoolers count in order to represent number" (1986: 63). Sie verstehen bereits, daß jedes Objekt mit genau einem Zahlwort gekennzeichnet wird, daß die Reihenfolge der Zahlwörter gleich bleiben muß und daß die zuletzt genannte Zahl die Anzahl der gezählten Objekte angibt. Sie wissen auch, daß man beliebige Objekte zählen kann und daß das Ergebnis unabhängig von der Reihenfolge beim Zählen ist. Dabei wird dieses Kardinalzahlkonzept von

nichtbehinderten Kindern wie die Sprache in einer geeigneten Umgebung erworben, also nicht im Unterricht gelernt. Ihr Zahlbegriff erlaubt den Kindern auch, eine bestimmte Zahl von Objekten herzustellen und später numerische Gleichheit festzustellen und in passenden Situationen zu addieren und zu subtrahieren. Schließlich können diese Operationen mit den Zahlen selbst ausgeführt werden, wenn diese selbst zählbar geworden und der Kardinalzahl- und der Zählzahlaspekt verschmolzen sind, das Kind also wirklich numerisch zählen kann.

Anne hat das Abzählen spät gelernt. Am Schulbeginn konnte sie Zahlwort, Finger und Objekt einander noch nicht zuordnen, wie es auch von Graichen bei Kindern mit bestimmten diskalkulatorischen Teilleistungsstörungen beobachtet wurde (1975: 56 f.). Auch in der Untersuchung kommt es noch bei allen Proben zu einzelnen Fehlern bei der Koordination von Zahlwort, Finger und Objekt: beim Abzählen von Punkten durch *flüchtiges* Zählen, aber auch beim Zählen von Taschentuchpäckchen. Aber sie weiß, daß man, um die Anzahl festzustellen, zählen und dazu Zahlwörter und Objekte einander eindeutig zuordnen muß. Meist wählt sie die für die Aufgabe angemessenere Strategie wie Zählen mit den Augen oder mit dem Finger und korrigiert sich, wenn ihre Wahl nicht passend ist. Die verwendete Zahlenreihe ist stabil. Die Einsicht in die Beliebigkeit der Reihenfolge beim Abzählen, die sie durch Ausprobieren gewinnt, ist ein Ausdruck für die *Robustheit* ihres Kardinalzahlkonzepts (Greeno/Riley/Gelman 1984: 122 ff.): sie kann ihr Verfahren auch veränderten Bedingungen anpassen. Vorkommende Fehler beruhen hier wie bei Vorschulkindern (dies.: 112) auf Schwierigkeiten, den Zählprozeß zu kontrollieren. Sie sind eine Folge ihrer allgemeinen Schwäche im synthetisierenden Denken und simultanen Verarbeiten.

Die vorhandenen grundsätzlichen Kompetenzen sind nicht auf konkrete Objekte beschränkt: auch die Zahlenreihe ist für Anne zählbar. Ihre Lösungen von Aufgaben zur Addition und Subtraktion durch Weiter- bzw. Rückwärtszählen zeigen dabei, daß sie Zahlen der Zahlenfolge als Kardinal- und Zählzahlen auffaßt und arithmetische Beziehungen erkennt.

Weitere Beziehungen zwischen Abzählen und Kardinalität wie der Vergleich von Punktmengen, also das Verständnis für Äquivalenz- und Ordnungsrelationen bei Mengen, werden erfaßt und sind wieder Belege für die weit entwickelte Kompetenz. Aber der Vergleich von mehr als zwei Punktmengen macht ihr doch Mühe und ebenso Konfliktsituationen wie gleichlange Reihen mit unterschiedlicher Dichte der Objekte. Ursache ist ihre allgemein eingeengte Sichtweise, das schlechtere



Erfassen komplexerer Situationen mit mehreren Komponenten.

Besonders schwer fällt ihr das Arbeiten mit gebündelten Plättchen, wenn sie nicht schrittweise zählt. Während bei Taschentüchern oder Mehrsystemblöcken die höhere Einheit, der Zehner, an der Verpackung oder festen Verbindung kenntlich ist, muß bei Plättchen das wiederholte Zehnermuster simultan erfaßt und bezeichnet werden, was ihr große Mühe bereitet. Im Unterricht zeigt sich, daß sie auch ihre Ordnung nicht herstellen kann. Damit entspricht ihr Konzept von Bündelungen auch auf der Ebene der Anschauung dem der Stellenwerte bei gesprochenen und geschriebenen Zahlen, wo ebenfalls die Beziehungen der Bündelungseinheiten untereinander nicht definiert sind und die iterative Struktur der Zahlenreihe nicht erfaßt werden kann (vgl. Ezawa 1996).

Anne hat spät sprechen gelernt und auch noch im Erwachsenenalter sind ihr Sprachverständnis und ihr Sprechen weiter eingeschränkt, und zwar besonders die Syntax, die Kombination einfacher sprachlicher Größen zu komplizierten Einheiten. Auch das Abzählen lernte sie spät. Inzwischen kann sie aber Zahlen der Zahlenfolge als Kardinal- und Zählzahlen auffassen und einfache arithmetische Beziehungen zwischen ihnen erkennen und lösen. Trotzdem ist ihr Kardinalzahlkonzept unvollständig, und zwar, ganz entsprechend zu ihrer Syntax, durch besondere Schwierigkeiten, wenn es um Bündelungen, um hierarchische Strukturen geht.

### 3. Schlußbemerkungen

Mit dem einleitenden Beispiel wird bereits darauf hingewiesen, daß die erhobenen Befunde nicht für alle Schüler mit geistiger Behinderung oder Lernbehinderung gelten. Nach meinen Schätzungen (vgl. auch v. Aster 1992: 158) sind Muster des Denkens wie bei Anne etwa bei einem Viertel der behinderten Schüler zu beobachten. Im Unterricht muß diesen Rechnung getragen werden. Materialien, Methoden und Aufgabenstellungen, die sequentielles, schrittweises Vorgehen ermöglichen, müssen speziell für diese Schüler bereitstehen.

Ganz allgemein wird heute der Verlauf der menschlichen Entwicklung nicht mehr als genetisch determiniert und als hierarchisch festgelegt verstanden (Michaelis/Niemann 1995: 46 ff.). Unterschiede in verschiedenen Bereichen des Verhaltens zeigen sich sowohl intra- als auch interpersonell. Entwicklungsstörungen gefährden aber auch nicht das ganze System, sondern können durch die Förderung der relativ besser entwickelten Fähigkeiten in gewissem Rahmen ausgeglichen werden. Diese Variabilität bezüglich Art und Weise, aber auch Reihenfolge der Entwicklung zeigt sich auch beim mathematischen Denken, indem in einzelnen Bereichen bessere Fortschritte erzielt werden, während andere größere Schwierigkeiten bereiten. Auch hier ermöglicht kompensatorisches Lernen den Erwerb sonst verschlossener Konzepte. Mühe beim Abzählen und im Umgang mit bestimmten Materialien bedeutet deshalb nicht, daß dem Lernenden der Erwerb eines Kardinalzahlkonzepts und das abstrakte Rechnen verschlossen bleiben müssen, kann aber wohl bestimmte

Abweichungen zur Folge haben.

### 4. Literatur

- Baroody, A. J. (1986): Basic counting principles used by mentally retarded children. In: *J. Res. Math. Ed.* 17, S. 382-389.
- Baroody, A. J. (1992): The development of preschooler's counting skills and principles. In: Bideaud/Meljac/Fischer (Hrsg.), S. 99-126.
- Baroody, A. J. / Ginsburg, H. P. (1986): The relationship between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. In: Hiebert (Hrsg.), S. 75-112.
- Beckmann, H. (1973): Die Entwicklung der Zahlleistung bei 2-6jährigen Kindern. Gekürzter Wiederabdruck in: Riess (Hrsg.), S. 115-129. Original in: *Zeitschr. f. angewandte Psychologie* (1923) 22: S. 1-72.
- Bideaud, J. / Meljac, C. / Fischer, J.-P. (Hrsg., 1992): Pathways to number. Hillsdale, NJ: Erlbaum. Teilw. übers. aus dem Franz. Original: *Les chemins du nombre*. Lille: Presses Universitaires de Lille, 1991.
- Doman, G. (1982): *Wie kleine Kinder rechnen lernen*. Freiburg: Hyperion. Übers. aus dem Amerik.: *Teach your baby maths*. 1979.
- Droz, R. (1992): The multiple roots of natural numbers and their multiple interpretations. In: Bideaud/Meljac/Fischer (Hrsg.), S. 229-243.
- Ezawa, B. (1996): *Zählen und Rechnen bei geistig behinderten Schülern*. Frankfurt/M: Peter Lang.
- Fischer, J.-P. (1992): Subitizing: The discontinuity after three. In: Bideaud/Meljac/Fischer (Hrsg.), S. 191-227.
- Fuson, K. S. (1988): *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer.
- Fuson, K. S. (1992): Relationships between counting and cardinality from age 2 to age 8. In: Bideaud/Meljac/Fischer (Hrsg.), S. 127-149.
- Fuson, K. C./ Hall, J. W. (1983): The acquisition of early number word meanings. In: Ginsburg (Hrsg.), S. 49-107.
- Gallistel, C. R. / Gelman, R. (1992): Preverbal and verbal counting and computation. In: *Cognition* 44, S. 43-72.
- Gardner, H. (1993): *Der ungeschulte Kopf. Wie Kinder denken*. Stuttgart: Klett-Cotta. Übers. aus dem Amerikan.: *The unschooled mind. How children think and how schools should teach*. New York: Basic Books, 1991.
- Gelman, R / Meck, E. (1986): The notion of principles: The case of counting. In: Hiebert (Hrsg.), S. 29-57.
- Gelman, R. / Gallistel, C. R. (1978, 1986<sup>2</sup>): *The Child's Understanding of Number*. Cambridge: Harvard University Press.
- Ginsburg, H. (1982): *Children's arithmetic: How they learn it and how you teach it*. Austin: pro-ed. 1. Aufl.: *Children's arithmetic: The learning process*. New York: Van Nostrand, 1977.
- Ginsburg, H. P (Hrsg., 1983): *The development of mathematical thinking*. New York: Academic Press.
- Graichen, J. (1975): Kann man legasthenische und dyskalkulatorische Schulschwierigkeiten voraussagen? In: *Praxis d. Kinderpsychol.* 24, S. 52-57.
- Greeno, J. G. / Riley, M. S. / Gelman, R. (1984): Conceptual competence and children's counting. In: *Cognitive Psychology* 16, S. 94-143.
- Hiebert, J. (Hrsg., 1986): *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lorenz, J. H. (1992): *Anschauung und Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht*. Göttingen: Hogrefe.
- Luria, A. R. (1993): *Romantische Wissenschaft. Forschungen im Grenzbezirk von Seele und Gehirn*. Reinbek bei Hamburg:

- Rowohlt. Übers. aus dem Russ. Original: Moskau 1982.
- Michaelis, R. / Niemann, G. (1995): Entwicklungsneurologie und Neuropädiatrie: Grundlagen und diagnostische Strategien. Stuttgart: Hippokrates.
- Oehl, W. (1935): Psychologische Untersuchungen über Zahlendenken und Rechnen bei Schulanfängern. In: Zeitschr. f. angewandte Psychologie und Charakterkunde 49, 5/6, S. 303-351. Wiederabdruck in: Riess (Hrsg.), S. 130-143.
- Riess, A. P. (1973): Eine Analyse der Reaktionen von Kindern zur Zahl. In: Riess (Hrsg.), S. 47-48.
- Riess, A. P. (Hrsg., 1973): Psychologie der Zahl. München: Kindler.
- Schmidt, S. / Weiser, W. (1982): Zählen und Zahlverständnis von Schulanfängern: Zählen und der kardinale Aspekt der natürlichen Zahlen. In: J. Math.-Didakt. 3/4, S. 227-263.
- Sophian C. (1992): Learning about numbers: Lessons for mathematics education from preschool number development. In: Bideaud/Meljac/Fischer (Hrsg.), S. 19-40.
- Starkey, P. / Spelke, E. S. / Gelman, R. (1990): Numerical abstraction by human infants. In: Cognition 36: S. 97-127.
- Steffe, L. P. / von Glasersfeld, E. / Richards, J. / Cobb, J. R. (1983): Children's counting types. New York: Praeger.
- Steinhausen, H.-Ch. (Hrsg., 1992): Hirnfunktionsstörungen und Teilleistungsschwächen. Berlin: Springer.
- Stern, W. (1928): Psychologie der frühen Kindheit. 5. Aufl., Leipzig: Quelle & Meyer.
- v. Aster, M. G. (1992): Neuropsychologie der Dyskalkulie. In: Steinhausen (Hrsg.), S. 155-167.
- Vergnaud, G. (1992): The appropriation of the concept of number: A lengthy process. In: Bideaud/Meljac/Fischer (Hrsg.), S. 219-227.
- Wilkinson, A. C. (1984): Children's partial knowledge of the cognitive skill of counting. In: Cognitive Psychology 16, S. 28-64.
- Wynn, K. (1990): Children's understanding of counting. In: Cognition 46 (1990), S. 155-193.

### 5. Anmerkung

- <sup>1</sup> Die Äußerungen der Lehrerin werden durch eine literarische Umschrift wiedergegeben. Die der Schülerin werden standardsprachlich verschriftet, Pausen innerhalb der Äußerungen werden dabei durch Punkte gekennzeichnet (".", Absetzen bis 1 sec), die Hebung der Stimme am Ende mit "´".

---

### Autor

Ezawa, Barbara, Dr., Buchbachstr. 22, D-72116 Mössingen