

Katastrophale Ziffernauslöschung

Rettung in der Datenflut, Textkasten: Symbolische versus numerische Computermathematik
c't 23/03, S. 182

Eines der Standardbeispiele für "Catastrophic Cancellation" (katastrophale Ziffernauslöschung), dem selbst der IEEE Standard nicht viel hilft, ist die Berechnung des Terms

$$333.75b^6 + a^2(11a^2b^2 - b^6 - 121b^4 - 2) + 5.5b^8 + \frac{a}{2b} \text{ für die Werte } a=77617 \text{ und } b=33096.$$

Das mathematisch korrekte Ergebnis wäre $-0.827396\dots$

Mit Matlab erhält man zum Beispiel auf einem Pentium-III-Rechner mit Windows 2000 den Wert $-1.1806 \cdot 10^{21}$, den selben Wert liefert Excel XP unter Windows 98 SE auf einem Celeron-Prozessor. Andere Systeme liefern andere, ebenso falsche Hausnummern.

Das Computeralgebrasystem Maple 8 bekommt trotz IEEE bei Nutzung der Hardware-Gleitkommazahlen etwas ganz Anderes, nämlich $5 \cdot 10^{27}$ heraus. Erst, wenn wir mit einer sehr viel höheren, für numerische Systeme normalerweise nicht erreichbaren Genauigkeit von mindestens 38 Stellen arbeiten, kommen wir an das richtige Resultat

$$-.8273960599468213681411650954798162920 .$$

Ganz anders aber stellt sich die Situation dar, wenn wir anstatt der Fließkommazahlen wie 5.5 exakte Brüche wie $55/10$ mit ganzen Zahlen verwenden. Der gesamte Ausdruck wird dann exakt in einen Bruch verwandelt, dessen Hardware-Gleitkommawert das gewünschte Resultat liefert.

$$\frac{-54767}{66192} = -.827396059946821416$$

Auch das GNU-Rechenprogramm bc ermittelt etwa beim Aufruf `bc -l`, der nebenbei Berechnungen mit einer hier angemessenen Zahl von Nachkomma-Stellen bewirkt, den Wert $-0.827396\dots$