Asociación Matemática Venezolana
Escuela Venezolana de Matemáticas

XXV Escuela Venezolana de Matemáticas

Emalca Venezuela

Universidad de Los Andes, Mérida, 2 al 7 de septiembre, 2012

Comité Organizador:
Carlos Di Prisco, Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas.
Neptalí Romero (Coordinador), Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado.
Oswaldo Araujo, Universidad de Los Andes.

Comité Científico:
Stefania Marcantongini, Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas.
Mariela Castillo, Universidad Central de Venezuela.
Neptalí Romero, Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado.
Carlos Uzcátegui, Universidad de Los Andes.
Ennis Rosas, Universidad de Oriente.
Vladimir Strauss, Universidad Simón Bolívar.

Desde su inicio, el Comité Científico de la Escuela Venezolana de Matemática ha estado integrado por los coordinadores de los postgrados de matemáticas en las universidades del país; ello en virtud de que el evento nació, y continúa siendo, como una actividad conjunta de esos postgrados.

Cursos de la XXV EVM – Emalca Venezuela 2012

Curso I
Perturbaciones estocásticas de ecuaciones en derivadas parciales: una introducción a través de la ecuación de Allen–Cahn.
Stella Brassesco, Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas, Caracas, Venezuela.
Motivación y Objetivos:
Brindar una introducción al estudio de perturbaciones estocásticas de ecuaciones de tipo parabólico en dimensión 1, a través del análisis del ejemplo de una ecuación no lineal con un potencial de dos pozos, con un término aditivo aleatorio dado por un ruido blanco espacio–tiempo. El modelo determinístico fue

propuesto en metalurgia por Allen y Cahn, también aparece bajo otros nombres en diversas áreas, para modelar fenómenos donde hay coexistencia de dos estados estables. Es también el ejemplo mejor estudiado de un sistema dinámico en dimensión infinita.

El curso requiere que el participante esté familiarizado con conceptos básicos de: Probabilidades y Procesos Estocásticos, Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y preferiblemente un curso de Ecuaciones Estocásticas.

Contenido:

Preliminares:

- Algunas propiedades de procesos Gaussianos. Ruido Blanco.
- Planteamiento de la ecuación.
- Soluciones "mild" y soluciones del problema lineal.

Resultados generales:

- Resultados de unicidad y existencia para el problema no lineal.
- Propiedades de regularidad de las soluciones.
- Dependencia continua en la condición inicial.

Pequeñas perturbaciones en el caso de volumen finito:

- Clasificación de puntos críticos para la ecuación determinística.
- Funcional de acción y grandes desvíos para pequeñas perturbaciones.
- Aplicaciones al estudio de tiempo y lugar de escape del dominio de atracción.

Dinámica de la interfase en volumen infinito:

- Estabilidad de los puntos críticos para la ecuación determinística.
- Linealización del problema alrededor del frente, y fórmula de Feynamnn–Kac.
- Aproximación lineal del problema perturbado.
- Determinación de la ecuación para la dinámica de la interfase cuando la intensidad del ruido tiende a cero.

Bibliografía:

- S. Brassesco, A. de Masi y E. Presutti. *Brownian Fluctuations of the Interface in the D=1 Ginzburg–Landau Equation with Noise*, Ann. Inst. Henri Poincaré, Vol. 31 (1995) 81–118.
- Dalang, R.C., Khoshnevisan, D., Mueller, C., Nualart, D., Xiao, Y. Khoshnevisan, Davar; Rassoul–Agha, Firas (Eds.) *A Minicourse on Stochastic Partial Diferential Equations*, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 1962, Springer Verlag (2009).
- W. G. Faris and G. Jona–Lasinio. *Large fluctuations for a nonlinear heat equation with noise*, J. Phys. A: Math. Gen. 15 (1982) 3025.
- M.I. Freidlin and A.D. Wentzell. *Random Perturbations of Dynamical Systems* Springer–Verlag (1998).
- D. Henry. *Geometric Theory of Semilinear Parabolic Equations*, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 840 Springer–Verlag (1981).

Curso II
Teoría de Ramsey y dinámica de grupos topológicos.
José Gregorio Mijares, Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia.
Motivación y Objetivos:
La idea es estudiar la relación entre la Teoría de Ramsey y acciones de grupos sobre espacios compactos. En general, dado un grupo G, se estudiará la propiedad de oscilación finitamente estable, para funciones uniformemente continuas definidas sobre G–espacios uniformes. A partir de allí se discutirá la propiedad de punto fijo sobre compactos para grupos topológicos, el concepto de flujo minimal y la relación de estas nociones con la propiedad de Ramsey para clases de estructuras de Fraïssé. Posteriormente, se hará notar como lo anterior conecta a la Teoría de Ramsey con fenómenos como el problema de la distorsión en la Geometría de Espacios de Banach o la propiedad de concentración de medida, entre otros.

El curso está pensado para estudiantes avanzados de la Licenciatura en Matemáticas y para estudiantes de Postgrado en Matemáticas. Haber cursado asignaturas básicas de Topología, Teoría de Grupos, Análisis Real y Análisis Funcional es recomendable. Conocimientos básicos de Lógica y Combinatoria serán de utilidad, si bien no son indispensables.
Contenido:

- El Teorema de Ramsey y temas preliminares.
- Espacios uniformes.
- Funciones de oscilación finitamente estable: el fenómeno Ramsey–Dvoretzky–Milman.

- La propiedad de punto fijo sobre compactos. Grupos extremadamente dóciles.
- Flujos minimales.
- Teoría de Ramsey para clases de estructuras.
- El espacio de Urysohn y su grupo de isometrías.
- Concentración de medida.
- Distorsión en espacios de Banach.

Bibliografía:

- S.A. Argyros and S. Todorcevic. *Ramsey Methods in Analysis*, Birkhauser Basel, 1999.
- C.A. Di Prisco, *Combinatoria: Un panorama de la teoría de Ramsey*, Editoral Equinoccio, 2009.
- W.T. Gowers. *Lipschitz functions on classical spaces*, European J. Combin. 13 (1992), 141–151.
- R. Graham, B. Rothschild, J. Spencer. *Ramsey Theory*, Weily and sons. 1980.
- I. M. James. *Topological and uniform spaces*, Springer–Verlag, 1987.
- J. Kelley. *General Topology*, Springer; 1955.
- E. Odell and T. Schlumprecht. *The distortion problem*, Acta Math. 173 (1994), 259 – 281.
- V. Pestov. *Dynamics of infinite–dimensional groups*, ULECT 40, AMS, 2006.

Curso III
Introducción al estudio de las geodésicas en superficies.
Rafael Oswaldo Ruggiero, PUC, Rio de Janeiro, Brasil.
Motivación y Objetivos:
El objetivo del curso es demostrar resultados básicos e importantes de la teoría de las geodésicas en superficies que no se mencionan normalmente en los cursos regulares de geometría. El minicurso tendría dos partes. La primera trataría geodésicas en superficies del espacio Euclideano, donde es posible transmitir una intuición física y geométrica más palpable de estos objetos. El resultado principal de esta primera parte es el siguiente: una superficie en el espacio Euclideano cuyas geodésicas son todas curvas planas es de hecho un subconjunto de una

esfera redonda o de un plano. Las herramientas necesarias para demostrar este resultado provienen del cálculo diferencial a varias variables. Esta primera parte del minicurso es elemental y profunda al mismo tiempo, muestra de forma eficaz el alcance del cálculo en geometría. La segunda parte trataría de geodésicas en superficies abstractas, con la propiedad de ser globalmente minimizantes (el equivalente variacional en superficies Riemannianas de las rectas euclideanas y las geodésicas hiperbólicas). Se expodrán ejemplos diferentes al plano Euclideano de superficies que posseen estas geodésicas: plano hiperbólico y superficies de revolución en el toro. El objetivo final de esta segunda parte seria demostrar el famoso resultado de Hedlund: el levantamiento en el recubrimiento universal de toda geodésica globalmente minimizante de una métrica Riemanniana en el toro es "sombreada" por una recta Euclideana en el plano. Esta segunda parte es más avanzada, algunas nociones de topología previas (recubrimiento universal, grupo fundamental) facilitarían la comprensión del contenido. Este célebre trabajo de Hedlund de 1938, inspirado en un trabajo anterior de Morse de 1924 en el contexto de superficies de género superior es el germen de lo que hoy se llama teoría de Aubry–Mather en dinámica conservativa. Para la primera parte del curso sería apenas necesario haber cursado cálculo a varias variables y ecuaciones diferenciales ordinarias. Para la segunda parte del curso es conveniente alguna familiaridad con geometría Riemanniana básica de superficies y con el concepto de recubrimiento universal, aunque lo mínimo necesario para entender la exposición será explicado en las charlas.

Contenido:

Primera parte.

Demostración del siguiente resultado:

Teorema: *Si toda geodésica de una superficie diferenciable conexa es una curva plana entonces la superficie es un subconjunto de un plano o de una esfera de curvatura constante.*

- Repaso de las definiciones fundamentales de la teoría de las superficies en el espacio Euclideano: superficies parametrizadas, diferenciabilidad en superficies, plano tangente, campo normal, aplicación normal de Gauss.

- Derivación covariante en superficies, geodésicas desde el punto de vista de la mecánica clásica y desde el punto de vista variacional. Identificación de geodésicas en superficies con simetrías, superficies de revolución.

- Operadores de forma: aplicación de Weingarten, segunda forma fundamental, curvatura de curvas en una superficie, curvatura Gaussiana, líneas de curvatura, puntos umbílicos. Curvatura de superficies de revolución.

- Demostración del siguiente resultado: si todas las geodésicas de una superficie que pasan por un punto x son curvas planas, entonces la recta normal a la superficie por x es un eje de revolución para la misma. Además, el punto x es un punto umbílico de la superficie.

- Caracterización de la superficies totalmente umbílicas: son subconjuntos de planos o esferas de curvatura constante. La demostración del teorema principal es consecuencia de estas dos últimas afirmaciones.

Segunda parte.
Demostración del siguiente resultado:
Teorema (Hedlund, 1938) *Dada una métrica Riemanniana en el toro existe una constante $C > 0$ tal que cada levantamiento en el recubrimiento universal de una geodésica globalmente minimizante de dicha métrica está contenido en la vecindad tubular de una recta Euclideana (que depende de la geodésica).*

- Definición de superficie diferenciable abstracta, ejemplos, métricas Riemannianas en superficies.
- Fórmula de la primera variación, geodésicas en superficies Riemannianas, ejemplos: plano hiperbólico.
- Recubrimiento universal, espacio cociente, grupo fundamental, ejemplos.
- Geodésicas minimizantes entre pares de puntos y geodésicas globalmente minimizantes, ejemplos: rectas, geodésicas em el plano hiperbólico y em toros de revolución.
- Completitud del conjunto de geodésicas globalmente minimizantes, direcciones asintóticas de curvas en el plano Euclideano, construcción de geodésicas hiperbólicas. Geodésicas globalmente minimizantes en toros de revolución.
- Propiedades de intersección entre geodésicas globalmente minimizantes, lema del atajo (shortcut) y consecuencias: geodésicas cerradas globalmente minimizantes son curvas simples, dos geodésicas globalmente minimizantes no se intersectan em mas de um punto, construcción variacional de geodésicas heteroclínicas.
- Demostración del siguiente resultado de Hedlund: dada una métrica Riemanniana em el toro existe una constante $C > 0$ tal que para todo par de puntos x, y en el recubrimiento universal se tiene que toda geodésica minimizante entre x, y está a distancia menor o igual a C del segmento de recta que une x, y.

Bibliografía:

- Apostol. T. Calculus Vol. 2, *Multi–variable calculus and linear algebra with applications to differential equations probability*, Second Edition, John Wiley & Sons, 1969.
- Bangert, V. *Mather sets for twist maps and geodesics on tori*, Dynamics reported, vol. 1, 1–56 (1988) Dynamical Systems and applications, 1, Wiley, Chichester.
- Hicks, N. *Notas de geometria diferencial*, Van Nostrand Mathematical Studies n. 3, Van Nostrand, Princeton, N.J., 1965.
- Massey, W. S. *A basic course in algebraic topology*, Graduate texts in Mathematics, vol. 127. Springer–Verlag, 1991.
- Ruggiero, R. *On the generic nonexistence of rational geodesic foliations in the torus, Mather sets and Gromov hyperbolic spaces*, Boletim da Sociedade Brasileira de Matemática, vol. 31, 1, (2000) 93–111.

Curso IV
Cálculo diferencial combinatorio.
Miguel Méndez, Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas, Caracas, Venezuela.
Motivación y Objetivos:
El cálculo diferencial combinatorio se inició con Désiré André y Percy A. MacMahon en el siglo XIX. El próposito de este curso hacer una presentación históricamente motivada de muchos resultados dispersos en la literatura relacionados con la noción combinatorial e intuitiva de la derivada, introducida por MacMahon, y luego formalizada por A. Joyal en 1980. Estudiaremos la relación entre la enumeración de árboles crecientes con la solución de una ecuación diferencial autónoma de primer orden. Construiremos aplicaciones efectivas al problema del ordenamiento normal de operadores bosónicos de creación y aniquilación en la mecánica cuántica. En la parte final del curso introduciremos el estudio, desde el punto de vista combinatorial, de una clase de ecuaciones diferenciales autónomas de primer orden que dependen un número numerable de parámetros, y cuyo lado derecho está modificado por un desplazamiento (shift), en dichos parámetros. Las soluciones combinatorias a este tipo de ecuaciones son importantes en el estudio estadístico de la profundidad de nodos en los árboles de búsqueda, y otros tipos de estructuras de datos en teoría de la computación. El curso está pensado para estudiantes avanzados de la Licenciatura en Matemáticas y para estudiantes de Postgrado en Matemáticas. Conocimientos básicos de Combinatoria y de Teoría de Categoría será de utilidad, pero no indispensables. Solo lo será la inefable madurez matemática.

Contenido:

- Introducción histórica: La noción de derivada de MacMahon. La ecuación diferencial de D. André y la interpretación combinatoria de su solución.
- Series formales en una, varias, e infinitas variables. Producto, suma, substitución y derivada de series formales. Desplazamiento (shift) en una serie formal con variables indexadas en $\mathbb{N}$. Pletismo de desplazamiento.
- Elementos de teoría de categorías. La noción combinatoria de derivada según A. Joyal. Series formales y funciones generatrices. Demostraciones combinatorias de la regla de la cadena, la regla del producto, la regla de Leibniz, y la fórmula de Faá di Bruno. Polinomios de Bell y fórmulas recursivas.
- Solución combinatorial a una ecuación diferencial autónoma $y\prime = \phi(y)$. Fórmula de Lie–Groebner–Taylor.
- El problema general del orden normal de operadores de creación y aniquilación. Bichos y colonias en la solución del problema. Equivalencia con el problema de torres que no se atacan mutuamente, en un tablero sesgado.
- Ecuaciones diferenciales autónomas modificadas de la forma $y\prime = S\phi(y)$, donde y es una serie formal que depende de un número infinito de variables (parámetros) y S es el desplazamiento de las infinitas variables. Solución Combinatoria. Fórmula de Lie–Groebner–Taylor generalizada. Aplicaciones al conteo de árboles crecientes de acuerdo al parámetro que indica la altura de las hojas. Fórmulas asintóticas. árboles de búsqueda y estructura de datos.

Bibliografía:

- D. André. (1879) *Sur les permutations alternées*, J. Math. Pures Appl. 5, 31–46.
- F. Bergeron, L. Leroux, G. Labelle, (1998) *Combinatorial species and tree–like structures*, Encyclopedia of mathematics and applications, Volume 67.
- D. Foata, M.P. Schtzenberger, (1970) *Théorie géometrique des polynomes Eulériens*, Lecture Notes in Mathematics 138, Springer–Verlag, Berlin, Heidelberg, and New York.
- D. Foata, (1974) *La serie Génératrice Exponentielle dans les Problèmes d' Ènumèration*, Presses de l'Université Montréal. Quebec.
- J. Françon. (1977) *Arbres binaire de recherche: Propriétés combinatoires et applications*, RAI–RO Informatique Théorique, 4, 155–169.

- J. Françon. (1984) *Sur le nombre le registres nécessaires à l'éveluation d'une expression arithmétique*, RAIRO Informatique Théorique, 18, 355–364.
- A. Joyal, (1981) *Une théorie combinatoire des series formelles*, Adv. Math. 4, 21–82.
- MacMahon, Percy A. *Combinatory analysis. Vol. I, II* (bound in one volume). Reprint of *An introduction to combinatory analysis* (1920) and *Combinatory analysis. Vol. I, II* (1915, 1916). Dover Phoenix Editions. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2004. ii+761 pp. ISBN: 0–486–49586–8
- M. Méndez, P. Blasiak and K. A. Penson (2005) *Combinatorial approach to generalized Bell and Stirling numbers and boson normal ordering problem*, Journal of mathematical physics 46,083511.
- P. Leroux and X. Viennot, *Combinatorial Resolution of systems of differential Equations, I. Ordinary differential Equations*, Lecture Notes in Mathematics, 1986, Volume 1234/1986, 210–245.
- M.P. Schtzenberger, (1975) *Solutions non commutatives d'une équation differentielle classique. New concepts and technologies in parallel Information Processing*, M. Caianello, NATO Advanced Studies Institute Series E: Applied Sciences, 9, 381–401.

Como de costumbre, el primer día del evento se llevará a cabo la conferencia inaugural, la cual ha estado a cargo de destacados matemáticos, generalmente de la región. Para la vigésimo quinta edición aún no se tiene el nombre de esa distinguida persona. El promedio de participantes en los cursos de las ediciones de la Escuela Venezolana de Matemáticas (1988–2011) es superior a cien personas, en la recién concluida edición 2011 el número de participantes fue de 73 personas. Hasta el 2011 un total de 100 cursos han sido dictados, muchos de los libros sobre los cuales se soportaron estos cursos están digitalizados y disponibles en el sitio web `http://cea.ivic.gob.ve/evm`

En la actualidad el financiamiento de la Escuela Venezolana de Matemáticas se obtiene de diversas fuentes; por ejemplo, para las dos últimas ediciones se han recibido fondos de diversos organismos venezolanos (Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas, Universidad Centro Occidental Lisandro Alvarado, Universidad de Los Andes, Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales de Venezuela, Banco Central de Venezuela) y por supuesto ha contado con el apoyo económico de UMALCA y CIMPA, con lo cual ha sido posible cubrir gastos de transporte y estadía de algunos estudiantes provenientes de exterior, especialmente de Centroamérica y el Caribe, y cubrir similares gastos de algunos de los profesores de los cursos dictados y provenientes del exterior.