

The p -part of Tate-Shafarevich groups of elliptic curves can be arbitrarily large

par REMKE KLOOSTERMAN

RÉSUMÉ. Nous montrons dans ce papier que pour chaque nombre premier $p \geq 5$, la dimension de la partie de p -torsion du groupe de Tate et Shafarevich, $\text{III}(E/K)$, peut être arbitrairement grande, où E est une courbe elliptique définie sur un corps de nombres K de degré borné par une constante dépendant seulement de p . En utilisant ce résultat, nous obtenons aussi que la partie de p -torsion du $\text{III}(A/\mathbb{Q})$ peut être arbitrairement grande, pour des variétés abéliennes A de dimension bornée par une constante dépendant seulement de p .

ABSTRACT. In this paper we show that for every prime $p \geq 5$ the dimension of the p -torsion in the Tate-Shafarevich group of E/K can be arbitrarily large, where E is an elliptic curve defined over a number field K , with $[K : \mathbb{Q}]$ bounded by a constant depending only on p . From this we deduce that the dimension of the p -torsion in the Tate-Shafarevich group of A/\mathbb{Q} can be arbitrarily large, where A is an abelian variety, with $\dim A$ bounded by a constant depending only on p .

Remke KLOOSTERMAN
Institute for Mathematics and Computer Science (IWI)
University of Groningen
P.O. Box 800
NL-9700 AV Groningen, The Netherlands

Current address:
Institut für Geometrie
Universität Hannover
Welfengarten 1
D-30167 Hannover, Germany
E-mail : kloosterman@math.uni-hannover.de

Manuscrit reçu le 13 octobre 2003.

Mots clefs. Tate-Shafarevich group, elliptic curve, abelian variety.

The author wishes to thank Jaap Top and Bas Edixhoven for many useful conversations on this topic. The author wishes to thank Jasper Scholten for suggesting [10]. The author wishes to thank Stephen Donnelly and René Schoof for pointing out mistakes in earlier versions and an anonymous referee for suggesting many improvements.