

Asymptotics of number fields and the Cohen–Lenstra heuristics

par JÜRGEN KLÜNERS

Dedicated to Michael Pohst on the occasion of his 60th birthday

RÉSUMÉ. Nous étudions les conjectures de Malle pour les groupes diédraux D_ℓ d'ordre 2ℓ , où ℓ est un nombre premier impair. Nous prouvons que les bornes inférieures sont celles attendues. Pour les bornes supérieures, nous montrons qu'il y a un lien avec les groupes de classes des corps quadratiques. Le comportement asymptotique de ces groupes de classes est prédit par les heuristiques de Cohen–Lenstra. Sous ces hypothèses, nous pouvons montrer que les bornes supérieures sont celles attendues.

ABSTRACT. We study the asymptotics conjecture of Malle for dihedral groups D_ℓ of order 2ℓ , where ℓ is an odd prime. We prove the expected lower bound for those groups. For the upper bounds we show that there is a connection to class groups of quadratic number fields. The asymptotic behavior of those class groups is predicted by the Cohen–Lenstra heuristics. Under the assumption of this heuristic we are able to prove the expected upper bounds.

Jürgen KLÜNERS
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf,
Mathematisches Institut
Universitätsstr. 1, 40225 Düsseldorf, Germany
E-mail : klueners@math.uni-duesseldorf.de