

On uniform lower bound of the Galois images associated to elliptic curves

par KEISUKE ARAI

RÉSUMÉ. Soit p un nombre premier et K un corps de nombres. Soit $\rho_{E,p} : G_K \longrightarrow \text{Aut}(T_p E) \cong \text{GL}_2(\mathbb{Z}_p)$ la représentation Galoisienne donnée par l'action du groupe de Galois sur le module de Tate p -adique d'une courbe elliptique E définie sur K . Serre a prouvé que l'image de $\rho_{E,p}$ est ouverte si E n'a pas de multiplication complexe. Pour E une courbe elliptique définie sur K et dont l'invariant j n'appartient pas à un ensemble fini exceptionnel (qui est non explicite cependant), nous donnons une minoration uniforme et explicite de la taille de l'image de $\rho_{E,p}$.

ABSTRACT. Let p be a prime and let K be a number field. Let $\rho_{E,p} : G_K \longrightarrow \text{Aut}(T_p E) \cong \text{GL}_2(\mathbb{Z}_p)$ be the Galois representation given by the Galois action on the p -adic Tate module of an elliptic curve E over K . Serre showed that the image of $\rho_{E,p}$ is open if E has no complex multiplication. For an elliptic curve E over K whose j -invariant does not appear in an exceptional finite set (which is non-explicit however), we give an explicit uniform lower bound of the size of the image of $\rho_{E,p}$.

Keisuke ARAI
Graduate School of Mathematical Sciences
The University of Tokyo
Tokyo 153-8914, Japan
E-mail : araik@ms.u-tokyo.ac.jp