Сибирский математический журнал
Ноябрь—декабрь, 2001. Том 42, № 6

УДК 514.757.3

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

А. А. Егоров

Теорема 1 статьи [1] по моей вине сформулирована неточно: хотя там декларируется ω-устойчивость произвольного класса $\mathfrak{A}$ аффинных отображений, у которого топологическая размерность множества $D\mathfrak{A} = \{Dg \mid g \in \mathfrak{A}\}$ равна нулю ($\dim D\mathfrak{A} = 0$), фактически установлена ω°-устойчивость такого класса. Здесь и далее мы используем понятия и обозначения статьи [1], при этом определение ω°-устойчивости [2] можно получить из определения 1 в [1] ω-устойчивости, если в нем вместо функционала $\Omega(f, \mathfrak{G})$ использовать функционал

$$\Omega^\circ(f, \mathfrak{G}) = \sup_{x\in\Delta}\big\{\varlimsup_{r\to 0}\omega(f|_{B(x,r)}, \mathfrak{G})\big\}.$$

Отметим, что наши терминология и обозначения несколько отличаются от принятых в работе [2].

Правильная формулировка теоремы 1 из [1] следующая.

Теорема 1. *Пусть n и m — произвольные натуральные числа и $\mathfrak{A}$ — K^*-нормальный класс аффинных отображений с $\dim D\mathfrak{A} = 0$. Тогда $\mathfrak{A}$ ω°-устойчив.*

Соответствующие поправки нужно внести и в доказательство теоремы 1 из [1]. Далее используются обозначения из этого доказательства. Функционал $\Omega(f, \mathfrak{A})$ необходимо заменить на $\Omega^\circ(f, \mathfrak{A})$, а $\omega_{B(x,r)}(f, \mathfrak{A})$ — на $\omega(f|_{B(x,r)}, \mathfrak{A})$. После этой замены начало доказательства выглядит следующим образом (ср. с [1, с. 1087]).

«Пусть $f : \Delta \to \mathbb{R}^m$ — отображение области $\Delta \subset \mathbb{R}^n$ и $\varepsilon = \Omega^\circ(f, \mathfrak{A}) < \infty$. В силу определения функционала $\Omega^\circ(\cdot, \mathfrak{A})$ для всех $x \in \Delta$ выполняется неравенство $\varlimsup_{r\to 0}\omega(f|_{B(x,r)}, \mathfrak{A}) \le \varepsilon$. Поэтому для любого $\zeta > \varepsilon$ найдется $r_{x,\zeta}$, зависящее от x и ζ, для которого $B(x, r_{x,\zeta}) \subset \Delta$ и $\omega(f|_{B(x,r)}, \mathfrak{A}) \le \zeta$ при $r \in]0, r_{x,\zeta}]$.»

Кроме того, нужно потребовать, чтобы число $r_{x,\zeta}$ выбиралось максимально возможным. Теперь дальнейшие рассуждения разбираемого доказательства истинны. Ключевой момент находится в следующем высказывании [1, с. 1088, строки 19–22].

« … Таким образом, $D\mathfrak{A}_f(x_\nu, \zeta, r_\nu) \subset D\mathfrak{A}_f(x, \rho^{-1}\zeta, \rho r_\nu)$, что влечет равенство $K'_{f,D\mathfrak{A}}(4\rho^{-1}\zeta, x_\nu, \zeta) = K'_{f,D\mathfrak{A}}(4\rho^{-1}\zeta, x, \rho^{-1}\zeta)\dots$»

Дело в том, что для законности перехода от включения к искомому равенству требуется выполнение неравенства

$$\rho r_\nu \le r_{x,\rho^{-1}\zeta}, \tag{1}$$

так как множество $K'_{f,D\mathfrak{A}}(4\rho^{-1}\zeta, x, \rho^{-1}\zeta)$ строится из множеств $D\mathfrak{A}_f(x, \rho^{-1}\zeta, r)$ при условии, что $r \in]0, r_{x,\rho^{-1}\zeta}]$ (см. определение множества $K'_{f,D\mathfrak{A}}(\theta, x, \zeta)$ в [1, с. 1088]). Однако неравенство (1) никак не следует из предшествующих выкладок (неизмененного) доказательства теоремы 1 статьи [1], и неявное предположение данного неравенства как раз и привело к неточности в формулировке теоремы. После внесения в доказательство описанных выше изменений неравенство (1) выполнено. В самом деле, если согласно предшествующим рассуждениям из [1] $x_0, x_1 \in \Delta$, $r_\nu = r_{x_\nu,\zeta}$, $\nu = 0, 1$, $\zeta > \varepsilon$, то для $x \in B(x_0, (1-\rho)r_0) \cap B(x_1, (1-\rho)r_1)$ имеют место нужные соотношения (1) для $\nu = 0, 1$. Последнее вытекает из определения числа $r_{x,\rho^{-1}\zeta}$, очевидного неравенства $\omega(f|_{\Delta_1}, \mathfrak{G}) \leq \omega(f|_{\Delta_2}, \mathfrak{G})$ при $\Delta_1 \subset \Delta_2 \subset \Delta$ и того факта, что $B(x, r) \subset B(x_\nu, r_\nu)$ при $r \leq \rho r_\nu$. Следовательно, процитированное выше высказывание [1, с. 1088, строки 19–22] оказывается (при сделанных нами поправках) истинным.

Соответствующие изменения нужно внести и в формулировку теоремы 2 из [1], доказательство которой опирается на факты из разобранного доказательства.

Теорема 2. *В условиях теоремы* 1 *существует функция* $\sigma : [0, +\infty[\to [0, +\infty[$ *такая, что*

1) $\sigma(\varepsilon) \to \sigma(0) = 0$ *при* $\varepsilon \to 0$;

2) *для любой области* $\Delta \subset \mathbb{R}^n$, *звездной относительно некоторой своей точки, и для каждого отображения* $f : \Delta \to \mathbb{R}^m$ *с* $\Omega^\circ(f, \mathfrak{G}) < \infty$ *существует отображение* $g : \Delta \to \mathbb{R}^m$ *из класса* $\mathfrak{A}$ *такое, что* $\sup\limits_{y \in \Delta} |f(y) - g(y)| \leq \sigma(\Omega^\circ(f, \mathfrak{A})) \operatorname{diam} \Delta$.

Необходимо также заменить функционал $\Omega(f, \mathfrak{A})$ функционалом $\Omega^\circ(f, \mathfrak{A})$ в формуле (C) статьи [1], чтобы остались верными рассуждения в рассматриваемом в этой работе примере.

Наконец, теорема 3 из [1] остается справедливой в силу теоремы 2 работы [3].

Следует отметить, что в первоначальной формулировке теорема 1 из [1] не верна (см. [3, замечание 1]). Эта неточность была указана автору М. В. Коробковым. Более детальное исследование вопроса, когда класс $\mathfrak{A}$ аффинных отображений с $\dim D\mathfrak{A} = 0$ является ω-устойчивым, проведено в статье [3].

Автор благодарен профессору А. П. Копылову и М. В. Коробкову за внимание к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Егоров А. А.* Об устойчивости классов аффинных отображений // Сиб. мат. журн. 1995. Т. 36, № 5. С. 1081–1095.
2. *Копылов А. П.* Об устойчивости изометрических преобразований // Сиб. мат. журн. 1984. Т. 25, № 2. С. 132–144.
3. *Егоров А. А., Коробков М. В.* К устойчивости классов аффинных отображений // Сиб. мат. журн. 2001. Т. 42, № 6. С. 1259–1277.

Статья поступила 30 октября 2000 г.

Егоров Александр Анатольевич
Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск 630090
yegorov@math.nsc.ru