

Tietze, U.-P.; Klika, M.; Wolpers, H. (unter Mitarbeit von Förster, F.):

## **Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II**

### **Band 1: Fachdidaktische Grundfragen – Didaktik der Analysis**

Wiesbaden: Vieweg, 1997. – 362 S.  
ISBN 3-528-06766-7

Lutz Führer, Frankfurt/Main

Bei dem vorliegenden Band handelt es sich um den ersten einer zweibändigen Neufassung der bekannten "Didaktik der Mathematik in der Sekundarstufe II", die dieselben Autoren 1982 publiziert hatten. Geboten wird ein Kompendium als Studiengrundlage für Studenten und Dozenten, genauer: ein kompakter Überblick zum heutigen Diskussionsstand in der sekundarstufenrelevanten allgemeinen Fachdidaktik und Schulanalyse in fünf bzw. vier Kapiteln mit jeweils anschließenden Übungsaufgaben. Da sich die Argumentationen sehr weitgehend auf die einschlägige neuere Literatur stützen, kann auf einen detaillierten Vergleich mit der älteren Ausgabe verzichtet werden. Nur soviel sei angemerkt: Der erheblich gewachsene Umfang verdankt sich vor allem der ungeheuren Fülle verarbeiteter Literatur aus den letzten zwanzig Jahren, er geht nur in kleineren Teilen auf den Perspektivwandel zurück, der sich im geänderten Titel ankündigt. In der Hauptlinie ist es beim nüchtern zupackenden Bemühen geblieben, ein Standardwerk zur Mathematikdidaktik der Sekundarstufe II vorzulegen, das *umfassend* über alle wesentlichen theoretischen Aspekte und Unterrichtsprinzipien informiert. Diesem Anspruch haben sich die Autoren mit großem Überblick, mit gutem Einfühlungsvermögen in reale Praxisprobleme und mit bewundernswertem Arbeitseinsatz gebeugt. Eine bequem lesbare Einführung oder gar eine unterrichtsmethodische Einweisung in den Oberstufenunterricht darf und sollte man bei dieser Zielsetzung nicht erwarten.

#### **1. Zum Inhalt des ersten Teils "Fachdidaktische Grundfragen"**

Etwa die Hälfte des vorliegenden Bandes ist der allgemeinen Mathematikdidaktik mit Blick auf die Sekundarstufe II gewidmet. Im schwergewichtigen ersten von fünf Kapiteln werden auf knapp fünfzig Seiten zunächst die wichtigsten Grundsatzpositionen beschrieben, die seit Lennés Analyse im Mainstream der Fachdidaktik vertreten wurden (Traditioneller Mathematikunterricht, New Math, genetisch-exemplarische Ansätze, Wissenschaftspropädeutik, neuere Tendenzen zur psychologischen oder bildungstheoretischen Begründung von Inhalten und Methoden, Neue Unterrichtskultur, Neue Medien). Bei der anschließenden Charakterisierung von Grund- und Leistungskursen kommen, wie auch an vielen anderen Stellen des allgemeinen Teils, Befragungs- und Erhebungsergebnisse zur Sprache, die vor allem der erstge-

nannte Autor in langen Jahren gesammelt und teilweise selbst beschafft hat und die auch nach meiner Überzeugung die heutigen Zustände noch durchaus treffen. Es folgen Ausführungen zur "Begründung von Zielen für den Mathematikunterricht in der S II" und zu fundamentalen Ideen, bevor das erste Kapitel mit einem ausgewogenen Überblick zu Fragen des Rechnereinsatzes abgeschlossen wird.

Zur Begründung allgemeiner Ziele wird Klafkis Ansatz im Hinblick auf die Sekundarstufe II zu "vertiefte Allgemeinbildung und Wissenschaftsorientierung" modifiziert. Die Antizipation und Durchdringung allgemeiner Lebenssituationen mithilfe von Oberstufenmathematik wird mit Recht skeptisch beurteilt: "Zwar sind die 'epochalen Schlüsselprobleme' für alle Menschen gleich, aber die erwartete Auseinandersetzung mit ihnen ist eine eher gruppen-spezifische, zumindest was die Differenziertheit des Denkens anbelangt" (S. 21). Für die erstrebenswerten humanen, gesellschaftlich-politischen und fachlichen Kompetenzen sei auf der Oberstufe eine höhere Allgemeinbildung auch in Mathematik wünschenswert, um differenziertere Urteile zu ermöglichen und Hochschulreife zu vermitteln. Dem kämen einerseits eine geeignete Unterrichtskultur (Angstfreiheit, Fehlertoleranz, Methodenvariation, Repräsentationsmodi, Selbsttätigkeit), andererseits ein ausgewogen anwendungs-, problem- und wissenschaftsorientiertes Bild von Mathematik entgegen. Ein solches pädagogisch "angemessenes Bild von Mathematik" sei schülerorientiert in Stufen der Strenge (Anschaulichkeit, Exaktifizierung, Argumentationsebenen) über expositorischen, entdeckenlassenden und fragend-entwickelnden Unterricht zu vermitteln, wobei in Grund- und Leistungskurs tendenziell Einsicht und Handlungsfähigkeit vor Stoff und Stringenz gehen sollten.

Diese Forderung nach einem pädagogisch verpflichteten Bild der Mathematik vorausgesetzt, können sich die weiteren Darlegungen darauf konzentrieren, ein solches Bild stoffdidaktisch und fachmethodisch einzugrenzen und über Vermittlungstechniken bzw. -hindernisse nachzudenken. Die Eingrenzung erfolgt mittels eines "Katalogs allgemeiner verhaltensbezogener Lernziele für den Mathematikunterricht der S II" (S.30):

"Obere Komplexitätsebene: A1 Mathematisches Modellbilden, Mathematisieren, Anwenden; A2 Rationales Argumentieren, Begründen, Beweisen; A3 Kreatives Verhalten, Problemlösen, heuristisches Arbeiten. Untere Komplexitätsebene: B1 Analysieren, Synthetisieren; B2 Generalisieren, Spezialisieren, Abstrahieren, Konkretisieren, Klassifizieren; B3 Strukturieren, Analogisieren; B4 Repräsentieren (Enaktivieren, Ikonisieren, Verbalisieren, Formalisieren); B5 Übersicht verschaffendes Arbeiten, überschlüssiges Denken, Anschauungsvermögen."

Die "obere Komplexitätsebene" wird in den anschließenden Kapiteln genauer beleuchtet. Dabei wird unter den Überschriften "Lernen und Lehren von Begriffen und Regeln", "Probleme entdecken, Probleme lösen", "Anwenden, Mathematisieren, Modellbilden" und "Beweisen, Begründen, Argumentieren" das Wichtigste aus der allgemeindidaktischen, psychologischen und fachdidaktischen Literatur zusammengefaßt, mit Beispielen aus dem Mathematikunterricht der Sekundarstufen illustriert und mit

vielen, zunehmend offeneren und komplexeren Aufgaben eingeübt.

Die innerfachliche Substanz wird einerseits durch sechs "universelle Ideen" (Algorithmus, Approximation/Approximieren, Funktion/Abbildung/Operator, Messen, Modellbilden, Optimieren) akzentuiert, die später in den fachlichen Teilen besonders hervorgehoben werden, andererseits quer dazu durch die etwas hochtrabend klingenden Schlagworte "Leitideen" (zentrale Begriffe und Sätze eines Theoriegebietes), "bereichsspezifische Strategien" ("zentrale Strategien des Problemlösens"); Standard-techniken und Heuristiken eines Gebietes) und "zentrale Mathematisierungsmuster" (Bausteine für Anwendermodelle) gegliedert (S. 40f.).

## 2. Kritik des ersten Teils "Fachdidaktische Grundfragen"

Die eben erwähnten ersten fünf "allgemeinen" Kapitel des Buches behandeln naturgemäß eine Fülle von Gesichtspunkten, Strukturierungsversuchen und Kategorienrastern. Hinzu kommen durchgängig Versuche, in der Fachdidaktik heute verbreitete Begriffe, Prinzipien oder Sichtweisen mit Beispielen aus der Sekundarstufenmathematik zu konkretisieren, mit empirischen oder Umfrageergebnissen zu belegen und mit Übungsaufgaben zu vertiefen. Da sehr sorgfältig definiert und zitiert wird, bietet der Hauptteil Nichtspezialisten mit einschlägigen Vorkenntnissen eine ausgezeichnete Grundlage für Lehrveranstaltungen. Wer sich über die erwähnten Gebiete rasch und zuverlässig informieren möchte, findet hier alles, was er braucht, und das in der Regel auf dem neuesten Stand. Dieser Nutzung des Buches kommen die vorsichtigen, sachlich kompetenten und immer abgewogenen Urteile der Autoren erfreulich zugute. Die zahlreichen Literaturhinweise und viele der Übungsaufgaben wird jeder Lehrveranstalter begrüßen. Besonders hervorheben möchte ich den vierten Abschnitt "Zur Rolle des Rechners" des ersten Kapitels und das vierte Kapitel "Anwenden, Mathematisieren, Modellbilden", das vom Koautor F. Förster stammt: Beidemal werden sehr gut lesbare, unaufgeregte und kompetente Überblicke zu den beliebtesten Modethemen gegeben. Studenten werden den ersten Teil sicher mit Gewinn als Nachschlagewerk und als Grundlage zu Übungen nutzen können. Von einem durchgängigen Selbststudium ohne einschlägige Vorkenntnisse würde ich ihnen allerdings abraten, weil sehr viel Vokabular erläutert wird, um den aktuellen Literaturgebrauch zu erleichtern. Erfahrungsgemäß verführt das aber auch zum unnötigen Gebrauch von halbverdauten Schlagworten. Begriffe, die nichts Erkennbares leisten, sind keine. Von einigen der eingeführten Bezeichnungen werden nur Fortgeschrittene profitieren, die in der Fachdidaktik arbeiten möchten. Wer als künftiger Lehrer lernen will, wie man Unterricht sachverständig beobachten und planen kann, braucht einiges an Geduld, bis die durchweg sehr vernünftigen konkreten Unterrichtshinweise im systematischen Rahmen des Buches auftauchen.

Zu den grundsätzlich bezogenen Positionen habe ich im wesentlichen nur zwei Einwände, die vielleicht auch nicht jedem wichtig genug sind, um sich den folgenden Gang in Details zuzumuten. Der erste Einwand betrifft

verschiedene Auffassungen vom Terminus "Begriff", die im zweiten Kapitel "Lernen und Lehren von Begriffen und Regeln" behandelt werden. Da sog. "Begriffseinführungen" bei Praktikanten, Referendaren und in didaktischen Lehrbüchern leider schrecklich beliebt sind, auch wenn es oft nur um Bezeichnungen geht, möchte ich meine Bedenken etwas genauer erläutern. Auf S. 51 heißt es unten:

"Es ist sinnvoll, zwischen Inhalt (Intension) und Umfang (Extension) eines Begriffs zu unterscheiden. Die Gesamtheit aller zum Begriff gehörenden Attribute (z.B. 'ist rund') macht den Inhalt aus, die Gesamtheit der Gegenstände, die er bezeichnet, den Umfang. Begriffsumfang und -inhalt bilden zusammen die Bedeutung eines Begriffs. Auf die subjektiven und gefühlsbezogenen Aspekte von Bedeutung (etwa im Sinne von 'bedeutet mir') gehen wir weiter unten ein." Dort (S. 54) heißt es dann: "... Ein einzelner Begriff kann je nach Person und Kontext mehr affektiven, funktionalen oder formalen Charakter tragen. Begriffsbildung ist also ein sehr subjektiver und aktiver Akt von 'Begriffskonstruktion'... Die gefühlsmäßige Einstellung zu einer Sache bzw. einem Sachverhalt, die durch einen Begriff bezeichnet wird, ist Teil dieses Begriffs. Man spricht von der Konnotation eines Begriffs. Demgegenüber bezeichnet Denotation die sachliche Bedeutung..."

Nun mag jeder unter "Begriff" das verstehen, was er will. Mir ist aber nicht klar geworden, wie die beiden Textstellen zusammen passen könnten. Was denn nun? Wenn zunächst die Menge der Attribute und die Menge der bezeichneten Gegenstände nach S. 51 die Bedeutung ausmachen, dann hat niemand eine Chance, jemals einen nichttrivialen Begriff ganz zu erfassen. Für logische Untersuchungen mag diese Sichtweise angehen (von dort kommt sie auch), pädagogisch ist sie irreführend. Von "Liebe" oder "Variable" könnte ich mir zwar "einen Begriff machen", aber die (volle) Bedeutung nie kennen. Gibt es denn Begriffe außerhalb und nur außerhalb von Subjekten? Wie stehen sie dann zu den subjektiv konstruierten, und wie kann wer das wissen? Gehört etwa die Menge aller früheren und künftigen Konnotationen auch noch zum Begriff? Wird dann nicht jeder Begriff beliebig unscharf, weitreichend und belanglos?...

Nun kann man natürlich argumentieren, in verschiedenen Theorierahmen würden eben unterschiedliche Begriffsaspekte hervorgehoben und andere (etwa der Klarheit wegen) vernachlässigt. Für Forschungen im Bereich des Begriffslernens ist das angemessen oder notwendig. Praktiker, Lehrer und nichtspezialisierte Fachdidaktiker müssen aber mit einigermaßen homogenisierten Vorstellungen vom Begriffslernen arbeiten. Daß man so oder so über Begriffe denken und reden kann, macht die Sache allzu leicht vogelfrei. "Fachdidaktische Prinzipien" wie das Integrationsprinzip, das Spiralprinzip oder die vier Variationsprinzipien (Darstellungsebenen, Veranschaulichung, mehrere Modelle, mathematische Variation) sind halt vage, "nicht immer eindeutig und oft sehr weit interpretierbar; einige widersprechen einander" (S. 85), mitunter sind sie auch schlicht irreführend. Eine grundsätzliche Schwäche vieler Untersuchungen zum Begriffslernen läßt sich losgelöst von konkreten Inhalten kaum beheben: sie verhalten sich weitgehend ambivalent zur sachlichen Bedeutung des jeweiligen Begriffs. Von welchen mathematischen Begriffen muß man "sich einen tiefen Begriff" machen, um

Mathematik zu verstehen? Sind wesentliche Begriffe nicht gerade dadurch ausgezeichnet, daß ihnen intersubjektive Konnotationen anhaften? Und welcher Aufwand ist wo gerechtfertigt?

Diese und viele andere Aspekte des Begriffslernens werden im Buch durchaus angerissen, es bleibt aber dem Leser überlassen, sich aus all dem einen arbeitsfähigen Reim zu machen. Ich hätte mir gewünscht, daß der zweifellos kompetente Autor wenigstens am Kapitelende seine Ansicht vom Wichtigsten pointiert hätte. Es wäre vermutlich schon einiges gewonnen, wenn in der didaktischen Theorie und Praxis statt von der "Einführung eines Begriffs" von "Einführung einer Bezeichnung" (Regelfall) oder von "Einführung in ein Begriffsfeld" (Ausnahme) geredet würde. Das Wort "Begriff" wird völlig wertlos (und in Unterrichtsentwürfen zur didaktischen Fußangel), wenn es im Jargon gleichbedeutend mit "Bezeichnung" verschlissen wird. Leider geschieht das auch im Buch bei manchen der Übungsaufgaben. Hier ein paar Beispiele (ausgerechnet) zum Begriffskapitel: "Erläutern Sie die Begriffe Über- bzw. Unterordnung, derivative und korrelative Subsumtion ... (Wieso eigentlich? Sie kommen nur bei Spezialisten vor, und die einschlägigen Erläuterungen auf S. 53 lassen nur Schlichtes vermuten.) Wiederholen Sie den Begriff Repräsentationsmodus an Beispielen... Wiederholen Sie die unterschiedlichen Formen mathematischer Begriffsbildung..." (S. 89).

Mein zweiter Einwand betrifft die historische Perspektive. Bei aller gebotenen Beschränkung halte ich die rein stoffdidaktische Analyse Lennés für keine glückliche Plattform, um eine aktuelle Didaktik der Sekundarstufe II zu entwickeln. Für einen Start vor dreißig Jahren spricht zwar auf den ersten Blick einiges (verdünnte Hochschulanalysis, Einführung der Sekundarstufe II und Didaktiklehrstühle an Universitäten, Neueinführung von Linearer Algebra und Stochastik), es ist aber nicht so, daß der heutige Stoffkanon und die heute verbreiteten Unterrichtsrealitäten der Sekundarstufe II lediglich oder vorwiegend in Auseinandersetzung mit den drei Hauptströmungen Lennés entstanden wären, etwa durch Moderation von Überzogenem und durch Berücksichtigung von Anwendungen, Problemen, Computern und Entdeckungslernen. Wagenschein und Wittenberg haben die Sekundarstufe II gar nicht ernsthaft berührt, der theoretische Teil der Schulanalysis hat die Meraner Reformer nur vorübergehend überholt, und einen "Traditionellen Mathematikunterricht" für die Nicht-Analysis-Gebiete gab es gar nicht, jedenfalls nicht im Lennéschen Sinne.

Der Platz im Buch und erst recht der Platz in dieser Rezension reichen sicher nicht aus, eine umfassende Skizze der Wurzeln des heutigen Curriculums und der fachdidaktischen Diskussion anzubieten. Ich finde aber die vielen Klischees vom "Traditionellen Mathematikunterricht", die auf den Seiten 4f. aufgelistet werden, ganz unangebracht, weil sie viel Positives der zweihundertjährigen Oberstufendidaktik abschneiden und eventuelle Maßstäbe gegenüber angeblichen Neuerungen ohne Not preisgeben. Dies gilt zumindest für die wenigstens bzgl. der Sekundarstufe II unberechtigte Identifikation von "Traditionellem Mathe-

matikunterricht" mit "Aufgabendidaktik" (man vgl. nur alte Lehrbücher oder Höflers und Lietzmanns seit 1916 sehr verbreitete Didaktiken), und es gilt hinsichtlich des angeblich charakteristischen Mangels am "Herausarbeiten übergreifender Ideen und Strategien" (S. 5). Die Meraner Reform, die den gymnasialen Mathematikunterricht bis zur und (teilweise unbewußt) nach der Strukturwelle prägte, legte gerade – und durchaus nicht ganz vergeblich – auf derartiges nebst Anschauungsförderung und Anwendungsbezügen besonderen Wert. Unter den damaligen bzw. unter den unmittelbar anschließenden Kerngedanken und Konzentrationsbestrebungen befanden sich einige, die auch eine moderne Sekundarstufen II-Didaktik durchaus mit Gewinn überdenken könnte, z.B. die "durchgängige Erziehung zum funktionalen Denken" (vgl. die blassen Spuren auf den Seiten 227 und 245f.), der "Fusionsgedanke" für ebene, Raum- und Analytische Geometrie (vgl. die angeblich "fusionistischen Ansätze" auf den Seiten 98 und 223) sowie die (modern ausgedrückt:) nach Repräsentationsebenen gestufte Heranführung an die geometrische Axiomatik von der Faltpropädeutik über heuristisch reflektierte Konstruktionsaufgaben zur Spiegelungsaxiomatik (das kommt vielleicht noch im 2. Band). Auch das durchgehende Bemühen um numerische, geschichtliche und heuristisch-problemorientiert-begründende Unterrichtsanteile ist seit den zwanziger Jahren gepflegt worden (s. etwa Wieleitner, Wolff, J. E. Hofmann, Lietzmann, Romberg, Dörrle, u.v.a.), von der, wenn auch eher skeptischen Auseinandersetzung mit der Reformpädagogik (z.B. Kerschensteiner, ZfMNU, UBL.) ganz zu schweigen. Im vorliegenden Buch wird nur mehrfach und flüchtig an das Bemühen der Meraner um Anwendungen und Anschaulichkeit erinnert.

Die gewählte und nur selten erweiterte Perspektive aus den letzten 30 Jahren mag für einen fachmethodisch orientierten Überblick zur Sekundarstufen II-Mathematik ausreichen, ein pädagogisch ausgerichtetes Bild der höheren Schulmathematik und des Sekundarstufen II-Mathematikunterrichts müßte aber stärker auf die sozio-ökonomischen Bedingungen der Mathematik-, Lehrerbildungs- und Curriculumsgeschichte eingehen, weil Zweifel an einem öffentlichen Breitenbedürfnis nach der Vermittlung eines "angemessenen Mathematikbildes" berechtigt sind und täglich zu wachsen drohen (Sparzwänge, Schulzeitverkürzung, absehbarer Fachlehrermangel, Dienstleistungs- und Medien- statt Industriegesellschaft, Abwanderung qualifizierter Arbeitsplätze, Bedürfnispädagogik usw.). Die im Buch erfreulicherweise durchaus angesprochenen Grundkurs- und Unterrichtskulturprobleme, die veränderte Schülerpopulation auf der Oberstufe und die Metamorphose der Fachwissenschaft, die sich nicht nur durch Computer immer rascher vollzieht, sondern auch durch Generationenwandel und Sparmaßnahmen an den Hochschulen, all das spricht dafür, didaktische Fortschritte an der längerfristigen Entwicklung des Standardcurriculums und des Standardunterrichts zu messen und auch in ihrer gewollten oder ungewollten erzieherischen Tradition, wenn man so will: in ihrer bildungspolitischen und kulturellen Funktion, zu sehen. Mathematikunterricht sollte sich nicht nur auf Lebens- und Anwenderwelten beziehen, sondern

sich auch selbst als Teil einer Lebenswelt begreifen, nämlich als gewachsene nationale Teilkultur, als Nachwirkung eines (immer schon überholten) Common Sense der (früheren?) bürgerlichen Hauptklientel, als Beitrag zur Enkulturation innerhalb eines sich nur langfristig, aber mächtig verändernden Gesellschaftskonsenses.

### 3. Zum Inhalt des zweiten Teils “(Didaktik der) Analysis”

Die zweite Buchhälfte bringt in den vier Kapiteln 6–9 einen Überblick zur Schulanalysis, wobei wiederum vorzugsweise die Entwicklung aus den letzten dreißig Jahren berücksichtigt wird. Als Kennzeichen des heutigen Diskussionstandes werden Problemorientierung, Anwendungsbezüge und Vormarsch der Rechner ausgemacht, daneben die Wendung von den Strengeambitionen der siebziger Jahre zu erhöhter Anschaulichkeit (Repräsentationsmodi) und zu immer bescheideneren Stufungen der Strenge (zurückhaltende Exaktifizierung). Das schülerorientiert reduzierte Theoriegebäude, vor dem sich die Schulanalysis in Grund- und Leistungskursen heute allgemein entfaltet, wurde in den frühen achtziger Jahren als Reaktion auf zahlreiche theoriezentrierte Studien und Schulbücher der siebziger Jahre entwickelt (Blum, Kirsch, Kroll u.a.) und seitdem kaum verändert. Was inzwischen hinzugekommen ist oder wieder erinnert wurde, liegt eher auf der Ebene von attraktiven Anwendungen, Spezialitäten und Rechnerexperimenten. Letzteres wird immer wieder als Chance gesehen, beispielhaft auch Kurven, Mehrdimensionales und Differentialgleichungen mit den vorhandenen Theoriemitteln anzugreifen.

Das Kapitel 6 “Historische Entwicklung, Beziehungsnetze und fundamentale Ideen” bringt nach vier Seiten Analysisgeschichte einen kompakten, aber sehr gut lesbaren Überblick zu den fachlichen Inhalten und fachmethodischen Aspekten der Schulanalysis (bis hin zu Funktionen mehrerer Variabler, Kurven, Bogenlänge und Krümmung). Daß dies überflüssig wäre, werden nur Mathematikprofessoren glauben; die Hoffnung der Autoren, Studenten könnten von diesem Kapitel auch hinsichtlich der Fachvorlesungen profitieren, ist (leider) sehr berechtigt. Anschließend werden zahlreiche Verwendungssituationen nach Fachbereichen vorgestellt (Physik und Technik, Biologie-Chemie-Medizin, Wirtschafts- und Sozialwissenschaften). Weil die Fülle und die Aspektvielfalt der aufgezählten Beispiele sehr eindrucksvoll ist, wird deutlich, was “zentrale Mathematisierungsmuster” (Anwendungsaspekte) der Analysis sind. Leider gehen die Autoren gerade hier recht sparsam mit Literaturhinweisen um. Am Schluß erfährt der Leser, was die Autoren in der Analysis unter “bereichsspezifischen Strategien” verstehen: Approximation, Linearisierung, Grafiken, Iteration/Rekursion und den Einsatz von wichtigen Sätzen beim Theorieaufbau. So wichtig das alles ist, ich war davon recht enttäuscht, weil ich mir nach dem ersten Buchteil ein wenig Einfühlung und Mitgefühl für Problemlöser erhofft hatte.

Im siebenten Kapitel “Allgemeine didaktische Fragen zum Analysisunterricht” wird zunächst die einschlägige Vorgeschichte bis zur Strenge welle sehr knapp referiert, wobei “funktionales Denken” mit Lietzmann auf “Funk-

tionsbegriff” verkürzt wird. Aus einer breiteren Kritik der Strenge welle wird anschließend die heute verbreitete Position als schülerorientierte Reaktion entfaltet (s.o.). Als Anregungen zu einer “anderen Unterrichtskultur” werden Andelfingers “sanfte Mathematik”, zeichnerische Zugänge und ein australisches Lehrbuch für Mädchen skizziert, das sozial-historische Perspektiven betont. In drei längeren Abschnitten wird die Akzeptanz der pragmatischen Schulanalysis in heutigen Schulbüchern, bei Lehrern und Schülern (Befragungen) dargelegt. Der abschließende Abschnitt 7.4 “Zur Rechtfertigung und zur Realisierung eines veränderten Analysisunterrichts” (S. 240f.) folgt einer schwachen Begründung von Jahner für schulischen Analysisunterricht, “die Analysis sei eines der zentralen Gebiete der Wissenschaft Mathematik, sie sei Grundlage für viele Teilbereiche und sie ließe sich ... angemessen unterrichten”. Die Autoren empfanden das offenbar auch als dürftig und folgern: “Die übliche Dominanz der Analysis in weiterführenden Kursen dagegen ist mit den Gedanken der Allgemeinbildung und Wissenschaftsorientierung nicht zu vereinen” (S. 240). Was nun an Veränderungsempfehlungen folgt, ist nach den obigen Vorbemerkungen leicht zu raten: Reduktion des Kalkülhaften und der Theorie, mehr Rechnerinsatz, exemplarische Beispiele und Mathematisierungsübungen.

Auf die beiden letzten Kapitel kann ich wegen ihres Detailcharakters nur pauschal eingehen. Das achte bringt Übersichten zu diversen Detaildiskussionen aus den siebziger und achtziger Jahren, die hauptsächlich um Einführungen und Einstiege kreisten (reelle Zahlen, Grenzwerte, Stetigkeit, Funktionstypen, Aspekte des Ableitungs- und Integralbegriffs, Ableitungsregeln, Hauptsatz, Kurvendiskussion, Extremwerte, Interpolation). Daneben werden typische Fehlvorstellungen, Exaktifizierungen, lokales Ordnen und Approximationsgesichtspunkte angesprochen, am Schluß auch ein wenig Numerik. Im neunten und letzten Kapitel sind viele reizvolle und anregende “Beispiele zur Problem- und Anwendungsorientierung” mit (wenigstens Grafik-) Rechnergebrauch versammelt, u.a. zur Fragwürdigkeit der Bildschirmgrafik, zu Funktions- und Kurvenscharen (Zykloiden), zum Optimieren und Approximieren, zur Wachstums- und Systemdynamik.

### 4. Kritik des zweiten Teils “(Didaktik der) Analysis”

Die positiven Kritikpunkte zum ersten Teil lassen sich ausnahmslos auch auf den zweiten beziehen, ich will sie deshalb hier nicht alle noch einmal wiederholen. Auch der Analysisenteil bietet kompakte, übersichtliche und zuverlässige Überblicke zur fachdidaktischen Diskussion seit den siebziger Jahren. Angesichts der Fülle der zu verarbeitenden Literatur verdienen die Autoren Dank und Respekt, all das in strukturierte und lesbare Form gebracht zu haben. Ich bin auch überzeugt, daß sie den heutigen Diskussionsstand treffend, vollständig und ungewöhnlich durchsichtig beschrieben haben. So ist es eben: Die fachtheoretischen Ansprüche der siebziger Jahre haben sich rasch als illusorisch erwiesen (überzogene Ansprüche im Fachlichen, fehlende pädagogische Begründungen, veränderte Schülerschaft) und mußten zurückgenommen werden. Das ist in den achtziger Jahren geleistet worden und konnte inzwischen auf der Schulbuchebene metho-

disch ausgefeilt und mit lokalen Attraktionen garniert werden. Man kann den Autoren zu ihrer gründlichen und lesbaren Bestandsaufnahme nur gratulieren.

Es wird aber auch am Beispiel der heutigen Analysisdidaktik deutlich, was fehlt: Für die ökonomisch gestützte "Bildungstheorie" der siebziger Jahre hat sich kein Ersatz gefunden. Was blieb, ist ein sehr allgemeines Moralisieren und Pädagogisieren, das die Oberstufenmathematik jetzt mit einiger Verspätung erreicht und zur Flucht in motivierende, für sich bedeutsame Beispiele treibt. Eine bildungstheoretische oder bildungspolitische Vision, die ein Stück Analysis als Theoriegebiet für allgemeinbildende Schulen als unersetzlich begründen könnte, fehlt. Darin mag auch ein Grund liegen, daß die vielen bemerkenswerten Beiträge der allgemeinen, psychologisch orientierten Mathematikdidaktik, die im ersten Teil des Buches aufgeführt werden, nicht zu einer didaktisch durchgebildeten Unterrichtslehre auf der Sekundarstufe II geführt haben. Man mag denk- und sozialpsychologische Erkenntnisse beim exemplarischen Unterrichten berücksichtigen, aber man muß es nicht. Der Analysis-Teil zeigt, daß man immer noch auf der Höhe der einschlägigen Diskussion mitreden kann, wenn man eine solide fachwissenschaftliche Ausbildung und ein bißchen Einfühlungsvermögen für schwache Schüler hat.

Die fachdidaktische Diskussion ist im Bereich der Sekundarstufe II nicht nur bzgl. der Analysis in der Suche nach fachmethodischen Elementarisierungen und lokalen Motivationen stecken geblieben. Dort wurde in den letzten Jahrzehnten sehr viel geleistet, um eine attraktivere und mehrheitsfähige höhere Elementarmathematik zu entwickeln. Warum alle Gymnasiasten dieses Vielerlei an Mathematik lernen sollen oder müssen, ist jedoch mit der Pädagogisierung ihrer Inhalte immer fragwürdiger geworden: Studienvorbereitung kann es nicht sein, wenn Handfertigkeiten und Theorie zugunsten von anschaulich zugänglichen Beispielen und Rechnerexperimenten zurückgefahren werden, und Visionen vom "allseits Gebildeten", vom "funktionalen Denken" oder vom "technologischen Humankapital der Industriegesellschaft" sind offenbar nicht mehr salonfähig. Was blieb, ist die eifrige Suche nach optimalen Vermittlungstechniken für ein "allgemeines Bild von Mathematik". Wer das wirklich haben will, wird vorsichtshalber nicht gefragt.

### 5. Fazit

Das vorliegende Buch gibt eine sehr verdienstvolle Bestandsaufnahme der allgemeinen und der analysis-spezifischen Literatur aus den letzten dreißig Jahren. Die einfließenden Autorenmeinungen sind i.allg. sehr zurückhaltend, und die generelle Tendenz einer maßvoll pädagogisierten Vermittlung von Fachinhalten unter den Schlagwörtern Anschaulichkeit, Anwendungsbezüge, Problemorientierung, Rechnereinsatz und inhaltliches Argumentieren, statt formalem, entspricht der gewachsenen Realität in Fachdidaktik und Schulalltag angesichts der Schülermassen und des bildungspolitischen Vakuums.

Die Gliederung und Strukturierung des verarbeiteten Materials stellt eine außerordentliche Leistung dar und erleichtert jedem Dozenten seine Arbeit in der Lehrerbildung. In dieser Hinsicht bieten auch die zahlreichen

Übungsaufgaben einen wertvollen Schatz. Gymnasialstudenten wird das Buch als Nachschlagewerk und als Studiengrundlage für didaktische Veranstaltungen unter sachkundiger Anleitung sicher bald unentbehrlich werden. Zum unbetreuten Selbststudium empfehle ich es nicht, weil der Reichtum im Detail und die mitunter sehr weit offenen Übungsaufgaben ("Diskutieren Sie ...") gute Gesprächspartner erfordern.

Der Gesamtentwurf einer Didaktik der Sekundarstufe II, den die Autoren hier beginnen, überzeugt durch seine klare, wenn auch in den Bezeichnungen nicht immer glückliche Strukturierung, die offensichtlich geeignet ist, die wichtigsten und prominentesten Publikationen zur Mathematikdidaktik, Empirie und Schulbuchliteratur der Sekundarstufe II zu überdecken. Daß sich der Fortschritt in pädagogischen, psychologischen und bildungspolitischen Begründungsfragen nur lokal abspielte und von einem globalen Rückschritt begleitet war, ist einer Bestandsaufnahme nicht anzulasten und entspricht vielleicht auch nur Mängeln des Zeitgeistes, die die Mathematikdidaktik allein nicht beheben kann.

---

### Autor

Führer, Lutz, Prof. Dr., Johann Wolfgang Goethe-Universität,  
Institut für Didaktik der Mathematik, Fachbereich 12,  
Senckenberganlage 9–11, D-60054 Frankfurt/Main.  
fuehrer@math.uni-frankfurt.de