Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux **13** (2001), 77–91

The value of additive forms at prime arguments

par Roger J. COOK

Résumé. Soit $f(\mathbf{p})$ une forme de degré k en s variables $p_1, p_2, \ldots, p_s$, où les p_i sont des nombres premiers. On suppose que les coefficients λ_i de f sont réels, et qu'au moins l'un des rapports λ_i/λ_j est irrationnel et algébrique. Si s est assez grand alors f prend des valeurs proches de tous les termes d'une suite arbitraire de nombres bien-espacés. Cela généralise des travaux antérieurs de Brüdern, Cook et Perelli (formes linéaires), et Cook et Fox (formes quadratiques). La preuve de ce résultat dépend du Lemme de Hua et, pour $k \geq 6$ des améliorations dues à Heath-Brown de ce lemme.

Abstract. Let $f(\mathbf{p})$ be an additive form of degree k with s prime variables $p_1, p_2, \ldots, p_s$. Suppose that f has real coefficients λ_i with at least one ratio λ_i/λ_j algebraic and irrational. If s is large enough then f takes values close to almost all members of any well-spaced sequence. This complements earlier work of Brüdern, Cook and Perelli (linear forms) and Cook and Fox (quadratic forms). The result is based on Hua's Lemma and, for $k \geq 6$, Heath-Brown's improvement on Hua's Lemma.

Roger J. Cook
Department of Pure Mathematics
University of Sheffield
Hicks Building, Hounsfield Road
Sheffield S3 7RH
England
E-mail : Roger.Cook@sheffield.ac.uk

Manuscrit reçu le 24 septembre 1999.