Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **13** (2001), 253–261

Two theorems on meromorphic functions used as a principle for proofs on irrationality

par Thomas NOPPER et Rolf WALLISSER

Résumé. Dans cet article, nous nous intéressons à deux théorèmes dûs à Nikishin et Chudnovsky se rapportant à des fonctions méromorphes. Notre propos est ici de déduire simplement de certaines propriétés de fonctions méromorphes, satisfaisant à des conditions arithmétiques, des résultats d'irrationalité bien que déjà connus mais non triviaux. L'intérêt de cette approche ne réside pas dans les résultats (obtenus comme corollaires de nos théorèmes) sur l'irrationalité de nombres, dont la transcendance a été établie depuis longtemps (cf. [4], [9] and [10]). Il réside plutôt dans l'intervention de théorèmes concernant les coefficients de Taylor de fonctions méromorphes qui ont une caractérisation arithmétique. De la même manière que Niven [6] utilise la méthode d'Hermite pour donner tous les résultats connus sur l'irrationalité de valeurs de fonctions trigonométriques, nous utilisons les résultats de Nikishin et Chudnovsky (cf. [2], [8]), pour déduire l'irrationalité de valeurs de fonctions non-élémentaires.

Abstract. In this paper we discuss two theorems on meromorphic functions of Nikishin and Chudnovsky. Our purpose is to show, how to derive some well-known but not obvious results on irrationality in a systematic and simple way from properties of meromorphic functions with arithmetic conditions. As far as it stands, we have no new results on irrationality, to the contrary some results on numbers of the corollaries are known already since a long time to be transcendental (cf. [4], [9] and [10]). Our main intention lies in theorems on meromorphic functions whose Taylor coefficients are arithmetically characterized. Like Niven [6] used Hermite's method to give all known results on irrationality of trigonometric functions, we use methods going back to Nikishin [5] and Chudnovsky (cf. [2] and [8]), to give results on irrationality of values of non-elementary functions.

Manuscrit reçu le 27 octobre 1999.

Thomas Nopper, Rolf Wallisser
Mathematisches Institut
Universität Freiburg
D-79104 Freiburg i. Br.
Germany
E-mail : nopper@sun7.mathematik.uni-freiburg.de
rowa@nim.mathematik.uni-freiburg.de