Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **13** (2001), 263–274

An explicit algebraic family of genus-one curves violating the Hasse principle

par Bjorn POONEN

Résumé. Nous montrons que pour tout $t \in \mathbf{Q}$, la courbe

$$5x^3 + 9y^3 + 10z^3 + 12\left(\frac{t^2+82}{t^2+22}\right)^3 (x+y+z)^3 = 0$$

de $\mathbf{P}^2$ est une courbe de genre 1 qui ne satisfait pas au principe de Hasse. On donne un modèle de Weierstrass explicite pour sa jacobienne. Le groupe de Shafarevich-Tate de chacune des ces jacobiennes contient un sous-groupe isomorphe à $\mathbf{Z}/3 \times \mathbf{Z}/3$.

Abstract. We prove that for any $t \in \mathbf{Q}$, the curve

$$5x^3 + 9y^3 + 10z^3 + 12\left(\frac{t^2+82}{t^2+22}\right)^3 (x+y+z)^3 = 0$$

in $\mathbf{P}^2$ is a genus 1 curve violating the Hasse principle. An explicit Weierstrass model for its Jacobian E_t is given. The Shafarevich-Tate group of each E_t contains a subgroup isomorphic to $\mathbf{Z}/3 \times \mathbf{Z}/3$.

Bjorn Poonen
Department of Mathematics
University of California
Berkeley, CA 94720-3840
USA
E-mail : poonen@math.berkeley.edu

Manuscrit reçu le 27 octobre 1999.
This research was supported by National Science Foundation grant DMS-9801104, an Alfred P. Sloan Fellowship, and a David and Lucile Packard Fellowship.