Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **13** (2001), 275–285

Fields of definition of $\mathbb{Q}$-curves

par Jordi QUER

Résumé. Soit C une $\mathbb{Q}$-courbe sans multiplication complexe. Dans cet article, nous caractérisons les corps de nombres K pour lesquels il existe une courbe C' isogène à C dont toutes les isogénies entre les conjuguées par le groupe de Galois sont définies sur K. Nous caractérisons également les courbes C' isogènes à C définies sur un corps de nombres K telles que la variété abélienne $\mathrm{Res}_{K/\mathbb{Q}}$ déduite de C' par restriction des scalaires est un produit de variétés abéliennes de type GL_2.

Abstract. Let C be a $\mathbb{Q}$-curve with no complex multiplication. In this note we characterize the number fields K such that there is a curve C' isogenous to C having all the isogenies between its Galois conjugates defined over K, and also the curves C' isogenous to C defined over a number field K such that the Abelian variety $\mathrm{Res}_{K/\mathbb{Q}}(C'/K)$ obtained by restriction of scalars is a product of Abelian varieties of GL_2-type.

Jordi Quer
Dept. Matemàtica Aplicada II
Universitat Politècnica de Catalunya
Pau Gargallo, 5
08028-Barcelona
España
E-mail : quer@ma2.upc.es

Manuscrit reçu le 28 octobre 1999.
Research partially supported by DGICYT PB96-0970-C02-02 grant.