Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **13** (2001), 371–394

Propriétés combinatoires, ergodiques et arithmétiques de la substitution de Tribonacci

par Nataliya CHEKHOVA, Pascal HUBERT
et Ali MESSAOUDI *

Résumé. Nous étudions certaines propriétés combinatoires, ergodiques et arithmétiques du point fixe de la substitution de Tribonacci (introduite par G. Rauzy) et de la rotation du tore $\mathbb{T}^2$ qui lui est associée.

Nous établissons une généralisation géométrique du théorème des trois distances et donnons une formule explicite pour la fonction de récurrence du point fixe. Nous donnons des propriétés d'approximation diophantienne du vecteur de la rotation de $\mathbb{T}^2$: nous montrons, que pour une norme adaptée, la suite de meilleure approximation de ce vecteur est la suite des nombres de Tribonacci. Nous calculons enfin les invariants ergodiques F et F_C du système dynamique associé à la substitution.

Abstract. We study combinatoric, ergodic and arithmetic properties of the fixed point of Tribonacci substitution (first introduced by G. Rauzy) and of the related rotation of the two dimentional torus.

We give a geometric generalization of the three distances theorem and an explicit formula for the recurrence function of the fixed point of the substitution. We state Diophantine approximation's properties of the vector of the rotation of $\mathbb{T}^2$: we prove that, for a suitable norm, the sequence of best approximation of this vector is the sequence of Tribonacci numbers. We compute the ergodic invariants F and F_C of the symbolic system related to the substitution.

Nataliya Chekhova
Université François Rabelais
Département de Mathématiques
Parc de Grandmont, F37200 Tours
France
E-mail : `natalya@curie.univ-tours.fr`

Pascal Hubert
Institut de Mathématiques de Luminy
CNRS - UPR 9016 Case 907
163 avenue de Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
E-mail : `hubert@iml.univ-mrs.fr`

Manuscrit reçu le 25 octobre 1999.
*Financé par une bourse du CNPq-Brazil, 150016 / 97-2.

Ali MESSAOUDI
Instituto de matemática
Universidade Federal de Rio do Janeiro
Caixa Postal 68530
21945-970, Rio de Janeiro - RJ
Brazil
E-mail : messaoud@acd.ufrj.br