Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **13** (2001), 421–442

On low-complexity bi-infinite words and their factors

par Alex HEINIS

Résumé. Dans cet article on étudie des mots bi-infinis sur deux symboles. On dit qu'un tel mot est de rigidité k si le nombre de facteurs différents de longueur n est egal à $n+k$ pour n grand. Un tel mot est appelé k-balancé si le nombre d'occurrences du symbole a dans deux facteurs quelconques de même longueur peuvent différer au plus de k. Dans cet article on donne une description complète de la classe des mots bi-infinis de rigidité k et on montre que le nombre de facteurs de longueur n de cette classe est de l'ordre de n^3. Dans le cas $k = 1$ on donne une formule exacte. On considère aussi la classe des mots bi-infinis k-balancés. Il est bien connu que le nombre de facteurs de longueur n est de l'ordre de n^3 si $k = 1$. En revanche, on montre que ce nombre est $\geq 2^{n/2}$ si $k \geq 2$.

Abstract. In this paper we study bi-infinite words on two letters. We say that such a word has stiffness k if the number of different subwords of length n equals $n + k$ for all n sufficiently large. The word is called k-balanced if the numbers of occurrences of the symbol a in any two subwords of the same length differ by at most k. In the present paper we give a complete description of the class of bi-infinite words of stiffness k and show that the number of subwords of length n from this class has growth order n^3. In the case $k = 1$ we give an exact formula. We also consider the class of k-balanced bi-infinite words. It is well-known that the number of subwords of length n from this class has growth order n^3 if $k = 1$. In contrast, we show that the number is $\geq 2^{n/2}$ when $k \geq 2$.

Alex Heinis
University of Leiden
The Netherlands
E-mail : heinis@math.leidenuniv.nl

Manuscrit reçu le 2 février 1999.