Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux **13** (2001), 483–527

On normal lattice configurations and simultaneously normal numbers

par Mordechay B. Levin

Dedicated to Professor Michel Mendès France in the occasion of his 65th birthday

Résumé. Soient $q, q_1, \dots, q_s \geq 2$ des entiers et $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ des nombres réels. Dans cet article, on montre que la borne inférieure de la discrépance de la suite double

$$(\{\alpha_m q^n\}, \dots, \{\alpha_{m+s-1} q^n\})_{m,n=1}^{M\ N}$$

coïncide (à un facteur logarithmique près) avec la borne inférieure de la discrépance des suites ordinaires $(x_n)_{n=1}^{MN}$ dans un cube de dimension s (s,M,$N = 1, 2, \dots$). Nous calculons aussi une borne inférieure de la discrépance (à un facteur logarithmique près) de la suite $\big(\{\alpha_1 q_1^n\}, \dots, \{\alpha_s q_s^n\}\big)_{n=1}^{N}$ (problème de Korobov).

Abstract. Let $q, q_1, \dots, q_s \geq 2$ be integers, and let $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ be a sequence of real numbers. In this paper we prove that the lower bound of the discrepancy of the double sequence

$$(\{\alpha_m q^n\}, \dots, \{\alpha_{m+s-1} q^n\})_{m,n=1}^{M\ N}$$

coincides (up to a logarithmic factor) with the lower bound of the discrepancy of ordinary sequences $(x_n)_{n=1}^{MN}$ in s-dimensional unit cube (s,M,$N = 1, 2, \dots$) . We also find a lower bound of the discrepancy (up to a logarithmic factor) of the sequence $\big(\{\alpha_1 q_1^n\}, \dots, \{\alpha_s q_s^n\}\big)_{n=1}^{N}$ (Korobov's problem).

Mordechay B. Levin
Department of Mathematics and Computer Science
Bar-Ilan University
Ramat-Gan, 52900
Israel
E-mail : mlevin@macs.biu.ac.il

Manuscrit reçu le 2 mars 1999.
Work supported in part by Israel Science Foundation Grant No. 366-172.