Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **14** (2002), 43–57

On the ultrametric Stone-Weierstrass theorem and Mahler's expansion

par Paul-Jean CAHEN et Jean-Luc CHABERT

Résumé. Nous explicitons une version ultramétrique du théorème de Stone-Weierstrass. Pour une partie E d'un anneau de valuation V de hauteur 1, nous montrons, sans aucune hypothèse sur le corps résiduel, que l'ensemble des fonctions polynomiales est dense dans l'anneau des fonctions continues de E dans V si et seulement si la clôture topologique $\widehat{E}$ de E dans le complété $\widehat{V}$ de V est compacte. Nous explicitons ainsi le développement d'une fonction continue en série de fonctions polynomiales.

Abstract. We describe an ultrametric version of the Stone-Weierstrass theorem, without any assumption on the residue field. If E is a subset of a rank-one valuation domain V, we show that the ring of polynomial functions is dense in the ring of continuous functions from E to V if and only if the topological closure $\widehat{E}$ of E in the completion $\widehat{V}$ of V is compact. We then show how to expand continuous functions in sums of polynomials.

Paul-Jean Cahen
Université d'Aix-Marseille III
CNRS UMR 6632
E-mail : paul-jean.cahen@univ.u-3mrs.fr

Jean-Luc Chabert
Université de Picardie
CNRS UMR 6140
E-mail : jean-luc.chabert@u-picardie.fr

Manuscrit reçu le 15 septembre 2000.