Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **15** (2003), 479–534

Groupes de Rhin-Viola et intégrales multiples

par Stéphane FISCHLER

Résumé. Ce texte donne une nouvelle présentation, et une généralisation, des groupes qui apparaissent dans les travaux de Rhin-Viola ([8], [9]) sur les mesures d'irrationalité de $\zeta(2)$ et $\zeta(3)$. D'une part, on interprète ces groupes comme des groupes d'automorphismes, ce qui permet de déduire chacune des relations entre intégrales utilisées par Rhin-Viola d'un changement de variables. D'autre part, on considère plusieurs familles d'intégrales n-uples, et on montre que chacune d'elles est munie d'une action de groupe comme dans les travaux de Rhin-Viola. De plus, les valeurs de ces intégrales sont (conjecturalement, pour certaines) des formes linéaires, sur le corps des rationnels, en les polyzêtas de poids au plus n. Ces familles englobent beaucoup d'intégrales qui sont apparues dans l'étude des valeurs de ζ aux entiers. On exhibe un changement de variables entre deux de ces familles, qui permet de relier les approches de Beukers, Rhin-Viola, Vasilenko, Vasilyev d'une part, Sorokin et Rivoal d'autre part.

Abstract. This paper gives a new presentation, and a generalization, of the group structures in Rhin-Viola's work ([8], [9]) on irrationality measures of $\zeta(2)$ and $\zeta(3)$. On the one hand, these groups are seen as automorphism groups, which makes it possible to prove all relations between Rhin-Viola integrals using changes of variables. On the other hand, several families of n-dimensional integrals are considered, and each of them is shown to be equipped with a group action in the same fashion as in Rhin-Viola's work. Moreover, the values of these integrals are (sometimes conjecturally) linear forms, over the rationals, in multiple zeta values of weight at most n. Among these families lie many integrals that have appeared in the study of the values of ζ at integer points. A change of variables is given between two of these families, which connects the approach of Beukers, Rhin-Viola, Vasilenko, Vasilyev to that of Sorokin and Rivoal.

Stéphane Fischler
Département de Mathématiques et Applications
École Normale Supérieure
45, rue d'Ulm

Manuscrit reçu le 5 juin 2002.

75230 Paris Cedex 05
France
E-mail : fischler@dma.ens.fr