Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **15** (2003), 683–696

Transcendance des valeurs des fonctions automorphes sur $\mathfrak{H} \times \mathfrak{H}$

par Geoffroy DEROME

Résumé. Soit Γ un groupe arithmétique agissant proprement discontinument sur $\mathfrak{H} \times \mathfrak{H}$ de covolume fini. On sait que l'espace $\Gamma\backslash\mathfrak{H} \times \mathfrak{H}$ est isomorphe à l'ensemble des points complexes d'une variété algébrique quasi-projective V_Γ définie sur $\overline{\mathbb{Q}}$. Soit J_Γ : $\mathfrak{H}\times\mathfrak{H} \to V_\Gamma(\mathbb{C})$ une application holomorphe invariante par l'action de Γ et correctement normalisée. Grâce au résultats obtenus par P. Cohen, H. Shiga et J. Wolfart, on sait que $J_\Gamma(z_1, z_2) \notin V_\Gamma(\overline{\mathbb{Q}})$ si $z = (z_1, z_2)$ est un point algébrique non spécial de $\mathfrak{H}\times\mathfrak{H}$. Dans cet article, nous allons montrer que nous avons $J_\Gamma(z_1, z_2) \notin V_\Gamma(\overline{\mathbb{Q}})$ si z_1 et z_2 sont deux éléments de $\mathfrak{H}$, l'un étant algébrique et l'autre transcendant.

Abstract. Let Γ be an arithmetic group acting properly discontinuously on the product of two copies of the poincaré upper space $\mathfrak{H} \times \mathfrak{H}$ with finite covolume. One knows that the space $\Gamma\backslash\mathfrak{H} \times \mathfrak{H}$ is isomorphic to the set of complex points of a quasi-projective variety V_Γ defined over $\overline{\mathbb{Q}}$. Let $J_\Gamma : \mathfrak{H} \times \mathfrak{H} \to V_\Gamma(\mathbb{C})$ be an holomorphic mapping invariant under Γ and properly normalized. Thanks to P. Cohen, H. Shiga and J. Wolfart's results, one knows that $J_\Gamma(z_1, z_2) \notin V_\Gamma(\overline{\mathbb{Q}})$ if $z = (z_1, z_2)$ is an algebraic non special point of $\mathfrak{H}\times\mathfrak{H}$. In the present article, we shall show, that we have $J_\Gamma(z_1, z_2) \notin V_\Gamma(\overline{\mathbb{Q}})$ if z_1 and z_2 are two elements of $\mathfrak{H}$, one of which is algebraic, the other transcendental.

Geoffroy Derome
Université des Sciences et Technologies
Bâtiment M2
59655 Villeneuve d'Ascq, France
E-mail : derome@agat.univ-lille1.fr

Manuscrit reçu le 19 novembre 2001.